සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/ முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/ All Rights Reserved

මධ්‍යම පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மத்திய மாகாண கல்வித் திணைக்களம்
DEPARTMENT OF EDUCATION - CENTRAL PROVINCE

අ.පො.ස (උ.පෙළ) පෙරහුරු පරීක්ෂණය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය I	10	S	I	13 ශ්‍රේණිය

- ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. **(a)** $0<\lambda<1$ සඳහා $f(x)=\lambda x^2+2x+1$ ලෙස ගනිමු. $f(x)=0$ හි මූල තාත්ත්වික ප්‍රභින්න බව පෙන්වන්න. $f(x)=0$ හි මූල α හා β නම් මූලවල ඓක්‍යය හා ගුණිතය ලියා දක්වන්න.

මූල $\alpha+\frac{1}{\beta}$ හා $\beta+\frac{1}{\alpha}$ වන සමීකරණය $g(x)=0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙහි $g(x)=\lambda x^2+2(1+\lambda)x+(1+\lambda)^2$ වේ. $\lambda=\frac{1}{2}$ ට අනුරූප $g(x)=0$ සමීකරණය $H(x)=0$ වේ යැයි ගනිමු. $H(x)$ හි අවම අගය ද ඊට අනුරූප x හි අගය ද සොයා $y=H(x)$ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(b) $f(x)=\lambda x^3-x^2-5x+\mu$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $\lambda,\mu\in\Re$ වේ. $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x+1)$ හා $(x+2)$ යන්නෙන් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙළින් 0 හා -12 වේ. λ හා μ සොයන්න. λ හා μ හි මෙම අගයන් යොදා ගනිමින් $f(x)$ යන්න රේඛීය සාධක තුනක ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.

12. **(a)** A , B හා C යනු කණ්ඩායම් තුනකි. එක් එක් කණ්ඩායමේ පිරිමි ළමයින් තිදෙනෙකු බැගින් ද ගැහැනු ළමයින් දෙදෙනෙකු බැගින් ද සිටිති. එක්තරා වැඩමුළුවක් සඳහා සාමාජිකයින් 8 දෙනෙකු තෝරා ගත යුතුව ඇත.

(i) මෙම සිසුන්ගෙන් සාමාජිකයින් 8 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායම් තෝරා ගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(ii) වැඩිම වශයෙන් ගැහැනු ළමයින් තිදෙනෙකු අඩංගු වන පරිදි තෝරා ගත හැකි කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.

(iii) B කණ්ඩායමෙන් ගැහැනු ළමයෙකු හා පිරිමි ළමයෙකු පමණක් තෝරා ගැනීම අනිවාර්ය වන අතර තෝරා ගනු ලබන කණ්ඩායමේ ගැහැනු ළමයින් ගණන හා පිරිමි ළමයින් ගණන සමාන විය යුතුය. එවැනි කණ්ඩායම් කීයක් තෝරා ගත හැකි ද?

Scanned with CamScanner

(b). $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = \frac{1}{(r+1)(r+3)(r+5)}$ හා $f(r)=\frac{1}{(r+1)(r+3)}$ යැයි ගනිමු. $r \in Z^+$ සඳහා $f(r)-f(r+2)=4U_r$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $r \in Z^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{23}{480} - \frac{1}{4(n+2)(n+4)} - \frac{1}{4(n+3)(n+5)}$ බව පෙන්වන්න.

තවද $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} kU_r + (k+1)U_{n+1-r} = \frac{23}{120}$ වන පරිදි k තාත්ත්වික නියතයේ අගය සොයන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු. A^{-1} හා B^{-1} ලියා දක්වන්න.

$P = A^2B^{-1} - 5BA^{-1}$ වන පරිදි P න්‍යාසය සොයන්න.

$BPQA = C$ යැයි ගනිමු. මෙහි $C = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ වේ. Q න්‍යාසය සොයන්න.

(b) **(i)** $z_1 = 1+i$ හා $z_2 = \sqrt{3}+i$ වේ. z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. ඒ නයින් $|z_1|$, $|z_2|$, $Arg(z_1)$ හා $Arg(z_2)$ අපෝහනය කරන්න.

(ii) $|z_1z_2|$ හා $Arg(z_1z_2)$ සොයන්න.

(iii) නිර්මාණයේ පියවර පැහැදිලිව දක්වමින් z_1z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ආගන්ඩ් සටහනක ලකුණු කරන්න. ඒ නයින් ඉහත (ii) කොටසේ ලබා ගත් $|z_1z_2|$ හා $Arg(z_1z_2)$ ප්‍රතිඵල තහවුරු කරන්න.

(c) $z = \cos\theta + i\sin\theta$ ලෙස ගනිමු. n ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.
ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $m, n \in Z^+$ සඳහා

$(\cos m\theta + i\sin m\theta)(\cos n\theta + i\sin n\theta) = \cos(m+n)\theta + i\sin(m+n)\theta$ බව පෙන්වන්න.

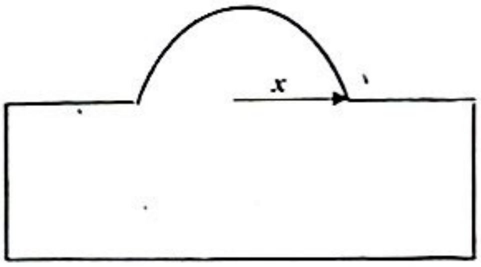
ඒ නයින් $\frac{\cos 5\theta + i\sin 5\theta}{\cos 7\theta - i\sin 7\theta} = \cos 12\theta + i\sin 12\theta$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

14. (a) $x \neq -1, -2$ සඳහා $f(x) = \dfrac{3x+7}{(x+1)(x+2)}$ යැයි ගනිමු. $x \neq -1, -2$ සඳහා $f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\dfrac{(x+3)(3x+5)}{(x+1)^2(x+2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය පැහැදිලිව දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය x වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක් හා සෘජුකෝණාස්‍ර කොටසකින් සමන්විත ගෙවත්තකි. සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග, අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ අරය මෙන් සිව්ගුණයක් වේ. ගෙවත්තේ පරිමිතිය k නියත අගයක් ගනී. එහි වර්ගඵලය $A = \frac{x}{2}[4k - 3(\pi + 8)x]$ බව පෙන්වන්න. ගෙවත්තේ වර්ගඵලය උපරිම වීම සඳහා අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ අරය සොයන්න.



15. (a) $11(x^2+x+4) = A(2x^2-x+1)+(x+2)(Bx+C)$ වන පරිදි A, B හා C තාත්වික නියත සොයන්න.

එනයින් $\displaystyle\int \frac{(x^2+x+4)}{(x+2)(2x^2-x+1)}\,dx$ අනුකලනය කරන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $I = \int e^{at} \sin bt\, dt$ නම් $I = \dfrac{e^{at}}{a^2+b^2}[a \sin bt - b \cos bt] + C$ බව පෙන්වන්න. මෙහි C යනු අභිමත නියතය වේ.

(c) $I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x\, dx$ ලෙස ගනිමු. $I_n = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} - n(n-1)I_{n-2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4 \sin x\, dx$ සොයන්න.

Scanned with CamScanner

16. A හා B ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් $(1,-2)$ හා $(2,1)$ ලෙස ගනිමු. A හා B අඩංගු තලය මත P ලක්ෂ්‍යය විචලනය වන්නේ $AP:AB=1:2$ වන පරිදි නම් P ලක්ෂ්‍යයේ පථය වෘත්තයක් බව පෙන්වන්න. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය සොයන්න.

$S_1 \equiv x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ හා $S_2 \equiv x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ ලෙස ගනිමු. $S_1=0$ හා $S_2=0$ වෘත්ත බාහිරව හා අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වීම සඳහා තිබිය යුතු අවශ්‍යතාව ලියා දක්වන්න.

$S_1 \equiv x^2+y^2+4x=0$ හා $S_2 \equiv x^2+y^2+2y+k=0$ වෘත්ත දෙක සලකමු. මෙම වෘත්ත දෙක එකිනෙක ස්පර්ශ වේ නම් k සඳහා තිබිය හැකි අගයයන් සොයන්න.

මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නාවූ ද $S_2=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන්නාවූ ද $S=0$ හා $S_2=0$ හි පොදු ජ්‍යාය $(1,3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $S=0$ වෘත්තය නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

17. (a) $\sin\alpha+\sin\beta=p$ හා $\cos\alpha+\cos\beta=q$ වේ. $\frac{p}{q}=\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ බව පෙන්වා $\cos(\alpha+\beta)=\frac{q^2-p^2}{q^2+p^2}$ බව සාධනය කරන්න. **ඒ නයින්** $\sin(\alpha+\beta)=\frac{2pq}{p^2+q^2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න. තවද $\cos(\alpha-\beta)=\frac{p^2+q^2-2}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක BC පාදය මත E හා D ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $B\hat{A}E=E\hat{A}D=\frac{A}{4}$ හා $D\hat{A}C=\frac{A}{2}$ වන පරිදිය. තවද D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද වේ. සුදුසු ත්‍රිකෝණ දෙකකට **සයින් නීතිය** යෙදීමෙන් $A\hat{B}C=A\hat{C}B$ බව පෙන්වන්න. තවද DB රේඛාව $DE:EB=1:k$ අනුපාතයට බෙදයි නම් ABE හා ACE ත්‍රිකෝණවලට සයින් නීතිය යෙදීමෙන් $\cos\left(\frac{A}{4}\right)=\sqrt{\frac{k+1}{2k}}$ බව පෙන්වන්න.

$k=2$ නම් $A=120^0$ වන බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $0\le\theta\le2\pi$ පරාසය තුළ $\cos2\theta\tan\theta+\sin\theta=0$ සමීකරණයේ θ සඳහා සියලු ම විසඳුම් සොයන්න.

***

Scanned with CamScanner