සර්ෂණය

(1) අරය a හා බර w වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකි. එකම මට්ටමේ $a\sqrt{3}$ දුරකින් සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට සමාන්තරව පිහිටි අචල තිරස් පීලි දෙකකින් දරා ඇත. සිලින්ඩරය හා සෑම පීල්ලක් අතර සර්ෂණ සංගුණකය μ ය. උස්ම ජනකයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ජනකයට ලම්බක ව තිරස් බලයක් යොදනු ලැබේ. μ ට ලැබිය හැකි අගයන්ගේ පරාසය සොයා

i) සිලින්ඩරය පීලි දෙකෙහිම ලිස්සීමේ අවස්ථාවෙහි නම්,

ii) සිලින්ඩරය පීල්ලක් වටා හැරීමේ අවස්ථාවෙහි නම්, තිරස් බලයේ අගය සොයන්න. (1975)

(2) අර්ධවෘත්තාකාර පාත්‍රයක් එහි සපර්යන්ත ගැටිය තිරස් වන සේ සවි කර තිබෙයි. පාත්‍රයේ අරයට සමාන දිගක් ඇති ඒකාකාර දණ්ඩක් පාත්‍ර තුළ පාත්‍රයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් තලයක සීමාකාරී සමතුලිතතාවෙන් නිශ්චලතාවයෙහි පවතියි. දණ්ඩේත් පාත්‍රයේත් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය දෙකේ දීම සර්ෂණ සංගුණක μ නම් දණ්ඩ තිරසත් සමඟ ටැන්$^{-1}\{4\mu/(3-\mu^2)\}$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. (1982)

(3) ස්කන්ධය M හා අරය a වන වෘත්තාකාර වළල්ලක් රළු නාදැත්තකින් සිරස් තලයක එල්ලෙමින් පවතී. කෘමියෙක් මෙම වළල්ලේ පහතම ලක්ෂ්‍යයෙන් පටන්ගෙන එය දිගේ ඉහළට බඩගායි. මෙම කෘමියාට නාදැත්ත වෙතට පැමිණිය හැක්කේ උගේ ස්කන්ධය $M\sin\lambda/(1-\sin\lambda)$ ට වඩා කුඩා නම් බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු නාදැත්ත හා වළල්ල අතර සර්ෂණ කෝණය වේ. කෘමියාගේ ස්කන්ධය $M\sin\lambda/(1-\sin\lambda)$ ට වඩා විශාල නම් වළල්ල නාදැත්ත මත ලිස්සීමට පෙර ඌට වළල්ල දිගේ කවර දුරක් යා හැකි දැයි සොයන්න. (1984)

(4) ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් තලයක හා සුමට සිරස් බිත්තියක ගැටෙමින් නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. $\mu_1 > \frac{3}{8}$ නම්, අර්ධගෝලය ඕනෑම පිහිටීමක නිශ්චලව තිබිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි μ_1 යනු අර්ධගෝලයත් තලයත් අතර සර්ෂණ සංගුණකය වෙයි. $\mu_1 < \frac{3}{8}$ නම්, අර්ධගෝලයෙහි ආධාරකයට සිරස සමඟ සෑදිය හැකි අඩුතම කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{8\mu_1}{3}\right)$ බව පෙන්වන්න. බිත්තිය ද රළු නම් මෙම අඩුතම කෝණය $\cos^{-1}\frac{8\mu_1(1+\mu_2)}{3(1+\mu_1\mu_2)}$ යනුවෙන් දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි μ_2 යනු අර්ධගෝලයත් බිත්තියත් අතර සර්ෂණ සංගුණකය වෙයි. (1990)

(5) බර W ද දිග 2a වූ ද ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවකට ද B කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ද හේත්තු වන සේ තිරසට α කෝණයකින් තබා ඇත. දණ්ඩ බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. Aහි දීත් Bහි දීත් ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu(<1)$ වෙයි. දණ්ඩ සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පවතී නම් $\tan\alpha = \frac{1-\mu^2}{2\mu}$ බව පෙන්වන්න. දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය $\theta(<\alpha)$ නම් ද දණ්ඩ පහළට ලිස්සා යාම යන්තම් වැළැක්වෙන පරිදි M ඝූර්ණයෙන් යුත් යුග්මයක් දණ්ඩ හරහා යන සිරස් තලයේ යොදන්නේ නම් ද $(1+\mu^2)M = (1-2\mu\tan\theta-\mu^2)Wa\cos\theta$ බව පෙන්වන්න. (1991)

(6) බර W ද දිග 2a ද වන ඒකාකාර ඉනිමගක් එහි එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් බිත්තියකටත් අනෙක් කෙළවර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළු පොළොවකටත් හේත්තු වන සේ තබා තිබෙයි. ඉනිමගේ බර මෙන් සිව් ගුණයක බර මිනිසෙකුට එය ලිස්සා යන්නේ නැතිව ඉණිමගේ මුළු දිග ම නැගීමට පුළුවන. සුමට කෙළවරේ දී යටි අත් සිරස සමග ඉණිමගේ ආනතය θ නම් පද්ධතියේ සාධාරණ සමතුලිතතා පිහිටීමක් සැලකීමෙන්, $\mu \geq \frac{9}{10}\tan\theta$ බව පෙන්වන්න. දැන් ඉණිමගේ අඩිය බිත්තියේ සිට $a\sqrt{2}$ දුරකින් වෙයි නම් ද $\mu \leq 1/2$ නම් ද ඉණමග ලිස්සන්නේ නැතිව මිනිසාට නැවතත් ඉණිමගේ මුළු දුර ම නැගීමට හැකි වන පරිදි දණ්ඩ හරහා යන සිරස් තලයේ යෙදිය යුතු යුග්මයේ අවම අගය සොයන්න. (1992)

(7) ඒකාකාර ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් තිරසට α කෝණයකින් ප්‍රතිවිරුද්ධ අතට සවිකරන ලද සමාන රළු බව්න් යුත් ආනත තල දෙකක් මත තිරස්ව පවතින ලෙස තබා ඇත්තේ සිලින්ඩරයේ අක්ෂය තලවල ඡේදන රේඛාවට සමාන්තර වන ලෙසට ය. සිලින්ඩරය මත එය එහි අක්ෂය වටා හැරවීමට යත්න දරණ ඝූර්ණය M වූ යුග්මයක් යොදා ඇත. සිලින්ඩරයේ බර W ද එහි අරය a ද ඝර්ෂණ කෝණය λ ද වෙයි නම් සිලින්ඩරය ලිස්සායාමට ආසන්න ම මොහොතේ $M = \frac{1}{2}Wa\sec\alpha\sin 2\lambda$ බව පෙන්වන්න. (1993)

(8) අ) ඒකාකාර ඝණ අර්ධගෝලයක් නිසලව ඇත්තේ එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් තලයක් ද ඒ හා සමාන ලෙස සමාන රළු සිරස් බිත්තියක් ද ස්පර්ශ වන පරිද්දෙනි. සිරස සමග අර්ධගෝලයේ ආධාරකයට සෑදිය හැකි අඩුතම කෝණය $\tan^{-1}(2\sqrt{2})$ නම් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය දෙකේ දීම ඝර්ෂණ කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{23}-4}{7}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ආ) W බරින් යුතු අංශුවක් තිරසට ආනතිය $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ වූ රළු තලයක් මත තිබෙයි. අංශුව ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් තලයේ වූ ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. θ යනු තන්තුවක් වැඩිතම බෑවුම් රේඛාවත් අතර සුළු කෝණය නම්, $\theta \leq \sin^{-1}\left(\frac{\tan\lambda}{\tan\alpha}\right)$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\lambda(<\alpha)$ යනු ඝර්ෂණ කෝණයයි. θ හි විවිධ අගයන් සඳහා තන්තුවේ අඩුතම අගය ද සොයන්න. (1996)

(9) "ඝර්ෂණ කෝණය" හා "ඝර්ෂණ කේතුව" යන පද අර්ථ දක්වන්න.

අ) ඒකාකාර දණ්ඩක් ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu(<1)$වූ රළු අචල කුහර අර්ධගෝලයක් ඇතුළත සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ නිශ්චලව තිබෙයි. දණ්ඩ අර්ධගෝලයෙහි කේන්ද්‍රයේ දී සෘජුකෝණයක් ආපාතනය කරයි නම් තිරසට දණ්ඩේ ආනතිය $2\tan^{-1}\mu$ බව පෙන්වන්න.

ආ) W බරින් යුතු අංගුවක් ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළු ආනත තලයක් මත තබා ඇත. තලයේ බෑවුම රේඩියන් α නම් අංශුව තලය පහළට ලිස්සා යාම වළක්වන අඩුම බලය සොයන්න. මෙහි $\alpha > \tan^{-1}\mu$ වේ. (1998)

(10) AB ඉණිමඟක් එහි එක් A කෙළවරක් රළු තිරස් ගෙබිමක සහ B අනෙක් කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියක ස්පර්ශ වී නිශ්චලතාවයේ ඇත. AB ඉණිමඟ අඩංගු සිරස් තලය බිත්තියට ලම්බ වෙයි. A සහ B එක් එක් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වන අතර ඉණිමඟෙහි G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය මඟින් AG : GB = k : 1 අනුපාතයට AB බෙදෙයි. ඉණිමඟ සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන විට එය තිරසට තිබිය යුතු θ ආනතිය $\tan\theta = \frac{k-\mu^2}{\mu(k+1)}$ මඟින් දෙන බව පෙන්වන්න. ඉණිමඟ ඒකාකාරී වන විට $\theta = \frac{\pi}{2} - 2\lambda$ බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි λ යනු ඝර්ෂණ කෝණය වන අතර 2λ සුළු කෝණයක් බව දී ඇත. ඉණිමඟෙහි තිරසට ආනතිය $\alpha\left(<\frac{\pi}{2} - 2\lambda\right)$වෙයි නම් ඉණිමඟ පහළට ලිස්සා යෑම යම්තම් වැලකෙන පරිදි එය අඩංගු සිරස් තලයෙහි යෙදිය යුතු යුග්මයේ G ඝූර්ණය $G = Wa\cos(\alpha + 2\lambda)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි W යනු ඉණිමඟේ බර ද 2a යනු ඉණිමඟේ දිග ද වෙයි. (1999)

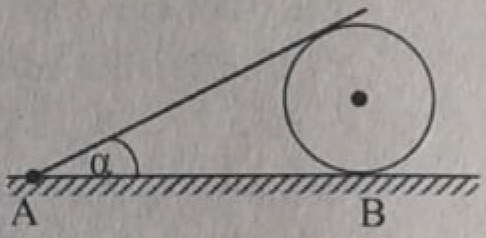
(11) බර W සහ දිග 2a වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් A කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ස්පර්ශව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත. එය ආධාර කරනු ලැබ ඇත්තේ B අනික් කෙළවර A ට සිරස්ව ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කෙරෙන සමාන 2a දිගින් යුත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟිනි. දණ්ඩ උඩු සිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන අතර එය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තුවේ ආතතිය සොයා $\theta \geq \cot^{-1}\left(\frac{\mu}{3}\right)$බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු ඝර්ෂණ සංගුණකය යි. (2000)

(12) උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි අක්ෂය මත ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. එවැනි කේතුවක අඩ - සිරස් කෝණය 15^0 වන අතර එහි ආධාරකය රළු තිරස් ගෙබිමක ඇතිව නිශ්චලව තිබේ. එහි ශීර්ෂයට සම්බන්ධිත සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් කේතුව ඇළ කරනු ලැබේ. කේතුවේ අක්ෂය අඩංගු සිරස් තලයක තිරස සමග 45^0 කෝණයක් සාදමින් තන්තුව පහළට ඇදී තිබෙයි. කේතුවේ දාරය ගෙබිම මත යම්තම් ලිස්සා යන්නේ ගෙබිම සහ දාරයේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයට සිරස්ව ඉහළින් ශීර්ෂය පිහිටන විටදීය. තන්තුවේ T ආතතිය අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සහ ඝර්ෂණ බලය සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒ නයින්,

i) $T = \frac{3\sqrt{2}W}{16}$ බව ද ii) ඝර්ෂණ සංගුණකයේ අගය $\frac{3}{19}$ බව ද පෙන්වන්න. (2001)

(13) ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය අඩියේ සිට b දුරකින් වූ ඉණිමගක් රළු තිරස් පොළවක නැගී සිටිමින් පොළොවට අචල ලෙස සවිකර ඇති අරය r වූ රළු සිලින්ඩරාකාර පයිප්පයකට හේත්තු වී සමතුලිතතාවයෙහි පවතියි. ඉණිමග පයිප්පය සමග ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයෙන් ඔබ්බට ප්‍රක්ෂේප වන අතර පයිප්පයේ අක්ෂයට ලම්බ වෙයි. ඝර්ෂණය ක්‍රියා කරන ලක්ෂ්‍ය දෙකේ ම ඝර්ෂණ කෝණය λ යැයි ද තිරසට ඉනිමගේ ආනතිය $2\alpha(b < r\cot\alpha)$ යැයි ද ගනිමු. ඉණිමග අඩියේ සිට ඉණිමග දිගේ මැනෙන x දුරකින් වූ ලක්ෂ්‍යයකින් ඉණිමගේ බරට සමාන බරක් ඇති භාරයක් එල්ලා ඇත. ඝර්ෂණය ක්‍රියා කරන ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි ම ඉණිමග සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. $(b+x)\sin^2\alpha\cos 2\alpha = r\sin\lambda\cos\lambda$ බව පෙන්වන්න. (2004)

(14) රළු තිරස් ගෙබිමක නිසලව තිබෙන බර w වූ A අංශුවකට එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් ගෙබිම සමග B ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ යන ජනකයක් දිගේ ස්පර්ශව ගෙබිමෙහි නිසලතාවේ ඇති අරය a සහ බර W වූ ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් වටා ඔතනු ලැබ ඇත.



තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර සිලින්ඩරයට සවිකර ඇත. තන්තුව ඔස්සේ යන සිරස් තලය සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්බ වන අතර සිලින්ඩරයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යමින් රූපයෙහි දක්වා ඇති අයුරින් AB දිගේ ගෙබිම ඡේදනය කරයි. තන්තුව යන්තමින් නොබුරුල් වන අතර AB සමග α කෝණයක් සාදයි. සිලින්ඩරය B හි දී චලනය වීම වැළැක්වීමට තරම් ගෙබිම රළු වෙයි. අංශුව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන පරිදි සිලින්ඩරයට ඝූර්ණය G වූ බල යුග්මයක් යොදනු ලැබෙයි. අංශුව සහ ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{\mu w}{(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)}$ බව පෙන්වන්න. B වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන් G හි අගය සොයන්න. (2005)

(15) දිග 2a සහ බර W වූ AB ඒකාකාර ඉනිමගක එක කෙළවරක් වූ A රළු තිරස් ගෙබිමක සහ B අනෙක් කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. ඉණිමගේ දෙකෙළවරේම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වෙයි. ඉණිමග ගෙබිමට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත වන අතර බර nW වූ කුඩා බළලෙක් A වලින් පටන්ගෙන ඉණිමග දිගේ සීරුවෙන් ඉහළට නගියි. ඉණිමගෙහි සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේ දී බළලා ඉණිමග දිගේ $\frac{a}{n(1+\mu^2)}[\mu^2(1+2n)+2\mu(1+n)-1]$ දුරක් නැග ඇති බව පෙන්වන්න. තවදුරටත් $\mu=\frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට $n<\frac{1}{4}$ නම්, ඉණිමග ලිස්සා යාමට පෙර බළලාට එහි මුදුනට ළඟාවිය හැකි බව පෙන්වන්න. $n=\frac{1}{4}$ නම් කුමක් සිදුවෙයි ද?

(2006)

(16) දිග a සහ බර W වූ ඒකාකාර දණ්ඩක් අරය a වූ අර්ධ ගෝලාකාර රළු පාත්‍රයක් තුළ සිරස් තලයක නිශ්චලව තිබෙයි. දණ්ඩ තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu(<\sqrt{3})$ වෙයි. දණ්ඩේ පහළ කෙළවරෙහි දී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W\cos\theta}{\sqrt{3}-\mu}$ බව පෙන්වා ඉහළ කෙළවරෙහිදී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. ඒනයින්, $\tan\theta=\frac{4\mu}{3-\mu^2}$ බව පෙන්වන්න. (2007)

(17) බර W වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක් තිරසට **α** කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත වක්‍ර පෘෂ්ඨය පිහිටන සේ තබා ඇත. එහි තල මුහුණතේ පරිධියෙහි ලක්ෂ්‍යයක w කුඩා භාරයක් තැබූ විට තල මුහුණත තිරස්ව අර්ධගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පිහිටයි. ඝර්ෂණ සංගුණකය **μ** නම් $\mu = \frac{w}{\sqrt{W(W+2w)}} = \tan\alpha$ වන බව පෙන්වන්න.

(2008)

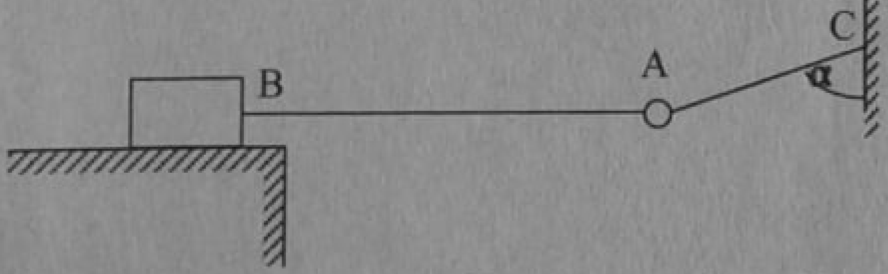
(18) බර W වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර වළල්ලක් තිරසට 30^0 ක කෝණයකින් ආනත වූ අචල රළු පීල්ලක් මත නිශ්චලතාවේ ඇත. වළල්ල සහ පීල්ල එකම සිරස් තලයේ තිබේ. වළල්ල සමතුලිතතාවයේ අල්ලා තබා ඇත්තේ වළල්ලෙන් ස්පර්ශීව ඉවත්වන සහ පීල්ලට 30^0 ආනතියකින් යුතු තන්තුවක ආධාරයෙනි. මෙම කෝණය පීල්ලේ ආනතිය මනින අතටම මනිනු ලැබේ. තන්තුවේ ආතතිය සොයා පිල්ල සහ වළල්ල අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $(2-\sqrt{3})\sqrt{2}\cos 15^0$ ට වඩා අඩු නොවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

(2009)

(19) සමාන දිගින් හා බර පිළිවෙලින් W හා w (W > w) වූ AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හි දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත. $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ වන සේ හා රළු තිරස් පොළොවක් මත A හා C දෙකෙළවර පිහිටන සේ දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ පවතී. **μ** යනු දඬු හා පොළොව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය නම් සමතුලිතතාව ආරක්ෂා කර ගැනීම සඳහා **μ** ට තිබිය හැකි අඩුතම අගය $\frac{W+w}{W+3w}$ බව පෙන්වන්න. $\mu = \frac{W+w}{W+3w}$ නම් ලිස්සීම A හි දී නොව C හි දී සිදුවීමට ආසන්න බව සාධනය කරන්න. (2010)

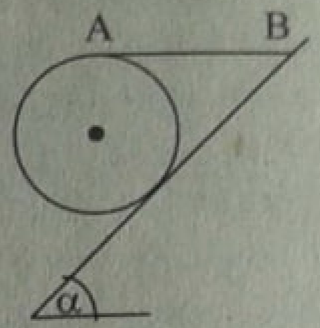
(20) බර W හා දිග 2a වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවක් මත ද B කෙළවර AB අඩංගු සිරස් තලයට ලම්බ සුමට සිරස් තාප්පයකට එරෙහිව ද සිටින සේ සමතුලිතතාවේ පවතී. දණ්ඩ සහ පොළොව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\sqrt{\frac{3}{2}}$ නම්, දණ්ඩ ලිස්සා යැමට ආසන්න මොහොතේ දී දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය සොයන්න.

(2012)

(21) 

රළු තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇති බර w_1 වූ ලී කුට්ටියක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය BC තන්තුවකින් සිරස් බිත්තියක් මත පිහිටි කුඩා අචල ඇණයකට රූපයෙහි දක්වා ඇති පරිදි සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ A ලක්ෂ්‍යයක දී බර w_2 වූ අංශුවක් ගැටගසා ඇත්තේ CA යටි අත් සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදන පරිදි ය. AB කොටස තිරස් නම් සහ කුට්ටිය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම් $\mu w_1 = w_2 \tan\alpha$ බව පෙන්වන්න. මෙහි **μ** යනු කුට්ටිය හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ. (2013)

(22) බර W වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තිරසට α කෝණයකින් ආනත වූ රළු තලයක් මත නිශ්චලව ඇත්තේ, ගෝලයේ උච්චතම ලක්ෂ්‍ය වූ A ට හා ආනත තලයේ B ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කරනු ලැබූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. AB තන්තුව තිරස්ව පවතින විට ගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබේ. ඝර්ෂණ කෝණය $\frac{\alpha}{2}$ බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. (2014)



(23) ඒකාකාර සිහින් බර දණ්ඩක්, එහි එක කෙළවරක් රළු තිරස් ගෙබිමක් මත හා අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව නිසලව තිබේ. දණ්ඩ බිත්තිය සමඟ θ සුළු කෝණයක් සාදමින්, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. මෙම පිහිටීමේ දී දණ්ඩ සමතුලිතව තිබීම සඳහා, දණ්ඩ හා ගෙබිම අතර μ ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu \geq \frac{1}{2}\tan\theta$ සපුරාලිය යුතු බව පෙන්වන්න. (2015)