දෛශික

(1) $p\overrightarrow{OA}$ හා $q\overrightarrow{OB}$ මගින් නිරූපණය කරන ලද බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය $(p+q)\overrightarrow{OC}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි C, $p\overrightarrow{AC} = q\,\overrightarrow{CB}$ වන සේ AB හි පිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ. ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකය G වේ. $3\overrightarrow{BG}, 3\overrightarrow{CG}, 3\overrightarrow{GA}, 6\overrightarrow{CB}$ බල පිළිලෙලින් BG, CG, GA, CB දිගේ ක්‍රියා කරත්. සම්ප්‍රයුක්තය CG ට සමාන්තර බව පෙන්වා එහි ක්‍රියාරේඛාව සොයන්න. (1975)

(2) P, Q ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\vec{p}, \vec{q}$ වෙයි. PQ රේඛාව $\lambda : \mu$ අනුපාතයෙන් බෙදෙන R ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. A, B, C, D ලක්ෂ්‍ය හතරක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ ය. පහත සඳහන් ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

i) BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන L ලක්ෂ්‍යයේ
ii) AL රේඛාව 2 : 1 අනුපාතයෙන් බෙදෙන M ලක්ෂ්‍යයේ
iii) DM රේඛාව 3:1 අනුපාතයෙන් බෙදෙන G ලක්ෂ්‍යයේ

ඒ නයින්, a) ත්‍රිකෝණයක මධ්‍යස්ථ සංගාමී (ඒක ලක්ෂ්‍යය) බවත්,
b) චතුස්තලයක ශීර්ෂත් සම්මුඛ මුහුණත්වල කේන්ද්‍රකත් යා කරන රේඛා සංගාමී බවත් ඔප්පු කරන්න. (1978)

(3) λ අදිශයකත් a දෛශිකයකත් ගුණිතය වන $\lambda\vec{a}$ සඳහා අර්ථ දක්වන්න. **a, b, c** ප්‍රභින්න ශූන්‍ය නොවන දෛශික තුනක් පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ මගින් විශාලත්වයෙන් ද දිශාවෙන් ද නිරූපණය කෙරෙයි. A, B, C ඒක රේඛීයම නම් පමණක්, $\alpha + \beta + \gamma = 0$, $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} = \mathbf{0}$ වන පරිදි ශූන්‍ය නොවන α, β, γ අදිශ පවතින බව පෙන්වන්න. (1980)

(4) ABCD යනු තල චතුරස්‍රයකි. O යනු මේ චතුරස්‍රයේ තලයෙහි පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. AB,BC,CD,DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් E,F,G,H ලක්ෂ්‍යය නම් ද $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = \mathbf{c}, \overrightarrow{OD} = \mathbf{d}$ නම් ද **a, b, c, d** ඇසුරෙන් $\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OG}, \overrightarrow{OH}$ සොයන්න. චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාත් චතුරස්‍රයේ විකර්ණවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාවත් සංගාමී (ඒක ලක්ෂ්‍යය) බව අපෝහනය කරන්න. (1980)

(5) O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **a**, **b** වේ. P ලක්ෂ්‍යය m:n අනුපාතයට AB බෙදයි. $\overrightarrow{\mathbf{OP}} = \frac{(\mathbf{na+mb})}{(\mathbf{m+n})}$ බව පෙන්වන්න. OABC යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. M යනු OA හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයි. OB හා CM එකක් අනෙක ත්‍රිච්ඡේදනය කරන බව දෛශික භාවිතයෙන් පෙන්වන්න. (1981)

(6) O, A, B යනු ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනකි. $\overrightarrow{\mathbf{OA}} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{\mathbf{OB}} = \mathbf{b}$ ද වේ.

i) $\boldsymbol{\alpha}\mathbf{a} + \boldsymbol{\beta}\mathbf{b} = \mathbf{0}$ නම්, $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$ බවත්, $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}$ බවත් පෙන්වන්න.

ii) P යනු AB මත ලක්ෂ්‍යයක් නම් ද $\overrightarrow{\mathbf{OP}} = \mathbf{r}$ නම් ද, $0 \leq \mathbf{t} \leq \mathbf{1}$ විට r = (1 – t) a + tb බව පෙන්වන්න. මේ නයින්, සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකක් අනෙක සමච්ඡේදනය කරන බව පෙන්වන්න. (1982)

(7) i) **a, b** දෛශික මඟින් සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ නිරූපනය කෙරෙයි. මේ සමාන්තරාස්‍රයේ එක් කෝණයක් $\cos^{-1}\{|\mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2|/|\mathbf{a}-\mathbf{b}|\ |\mathbf{a}+\mathbf{b}|\}$ බව පෙන්වන්න.

ii) O, P, O, R යනු ඒකතල නොවන ලක්ෂ්‍ය හතරකි. $\overrightarrow{\mathbf{OP}} = \mathbf{p}$ ද $\overrightarrow{\mathbf{OQ}} = \mathbf{q}$ ද $\overrightarrow{\mathbf{OR}} = \mathbf{r}$ ද වේ. S යනු PQR තලය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් නම් ද $\overrightarrow{\mathbf{OS}} = \boldsymbol{\lambda}\mathbf{p} + \boldsymbol{\mu}\mathbf{q} + \mathbf{vr}$ නම් ද $\boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\mu} + \mathbf{v} = \mathbf{1}$ බව පෙන්වන්න. (1982)

(8) $\overrightarrow{\mathbf{OA}}, \overrightarrow{\mathbf{OB}}, \overrightarrow{\mathbf{OC}}$ යනු අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ලම්බ වූ ඒකක දෛශික තුනකි. $\boldsymbol{\lambda}$ ද $\boldsymbol{\mu}$ ද අදිශ විට, $\overrightarrow{\mathbf{OD}} = \boldsymbol{\lambda}\overrightarrow{\mathbf{OA}} + \boldsymbol{\mu}\overrightarrow{\mathbf{OB}} + (\mathbf{1} - \boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\mu})\overrightarrow{\mathbf{OC}}$ A, B, C හා D ඒකතල බව පෙන්වන්න. $\mathbf{3}\overrightarrow{\mathbf{OM}} = \overrightarrow{\mathbf{OA}} + \overrightarrow{\mathbf{OB}} + \overrightarrow{\mathbf{OC}}$ බව අපෝහනය කරන්න. මේ නයින් ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න. (1983)

(9) "**u** යනු ඒකක දෛශිකයකි." යන ප්‍රකාශනයෙන් අදහස් වන්නේ කුමක් දැයි පැහැදිලි කරන්න. ඕනෑම **a** දෛශිකයක් සඳහා $\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{u}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි **u** යනු a හි දිශාව සහ අත ඔස්සේ පිහිටියා වූ ඒකක දෛශිකයක් ද $\boldsymbol{\alpha}$ අදිශකයක් ද වේ. P_1, P_2, P_3, P_4 ලක්ෂ්‍ය හතරේ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2}, \mathbf{r_3}, \mathbf{r_4}$ වේ. $\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2}$ අභිගුන්‍ය නොවන දෛශිකද, $\mathbf{r_3} = \boldsymbol{\beta}\mathbf{r_1}$ හා $\mathbf{r_4} = \mathbf{r_2}/\boldsymbol{\beta}$ ද $\boldsymbol{\beta} = |\mathbf{r_2}|/|\mathbf{r_1}|$ ද නම්, P_1, P_2, P_3, P_4 වෘත්තයක පිහිටන බව පෙන්වන්න. (1984)

(10) O මූල ලක්ෂ්‍යයට සමුද්දේශයෙන් A,B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **a**, **b** වෙයි. R යනු AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. A,B ලක්ෂ්‍ය දෙක OR මත පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකට යා කරන රේඛා වලින් OB,OA රේඛා පිළිවෙලින් S හිදී හා T හි දී කැපෙයි. AR/RB = p, BS/SO = q, OT /TA = r නම්, $\overrightarrow{\mathbf{OR}} = (\mathbf{a} + \mathbf{pb})/(\mathbf{1} + \mathbf{p})$ද, $\overrightarrow{\mathbf{OC}} = (\mathbf{qra} + \mathbf{b})/(\mathbf{1} + \mathbf{q} + \mathbf{qr})$ද, බව දක්වන්න. pqr = 1 බව අපෝහනය කරන්න. (1985)

(11) **a** හා **b** යනු නිශ්ශුන්‍ය අසමාන්තර දෛශික වන අතර $x\mathbf{a} + y\mathbf{b} = 0$ වෙයි. මෙහි x හා y අදිශ වෙයි. $x = 0$ හා $y = 0$ බව පෙන්වන්න. O,A, B ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය නොවේ. $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ ද වෙයි. C යනු $\overrightarrow{OC} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ පරිදි වන ලක්ෂ්‍යයයි. P යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යි. එවිට $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$ බව පෙන්වන්න. OP රේඛාවට R හිදී AB හමුවෙයි නම්, $\overrightarrow{RB} = \mathbf{b} - k(\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$ බව ද පෙන්වන්න. k යනු අදිශයකි. RB වත් AB වත් එකම දිශාව ඇතැයි යන කරුණ භාවිත කිරීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ AR : RB = 2 : 1 බව පෙන්වන්න. (1986)

(12) O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් P, Q ලක්ෂ්‍ය දෙකේ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **p**, **q** වෙයි. $\boldsymbol{\lambda}$ යනු පරාමිතියක් වන PQ රේඛාව මත වූ ඕනෑම R විචල්‍ය ලක්ෂයෙක පිහිටුම් දෛශිකය **r**, $\mathbf{r} = \mathbf{p} + \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{q} - \mathbf{p})$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. OACB යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ පාද පිළිවෙලින් **a** සහ **b** දෛශික නිරූපණය කෙරෙයි. L,M යනු පිළිවෙලින් AC හිත් CB හිත් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යි. X හි දී OL සහ AM ඡේදනය වෙයි. $\overrightarrow{OX} = \frac{4}{5}\left(\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}\right)$ බව පෙන්වන්න.

N හිදී CX ට OA හමුවෙයි. $\overrightarrow{ON} = \frac{2}{3}\mathbf{a}$ බව පෙන්වන්න. (1987)

(13) $\underline{\mathbf{a}}$ හා $\underline{\mathbf{b}}$ දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය වන $\underline{\mathbf{a}} \,.\, \underline{\mathbf{b}}$ හි අර්ථ දක්වන්න. $(\underline{\mathbf{a}} + \underline{\mathbf{b}}) . (\underline{\mathbf{a}} - \underline{\mathbf{b}}) = 0$ නම්, මෙයින් $\underline{\mathbf{b}} = -\underline{\mathbf{a}}$ නැතහොත් $\underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{a}}$ යනුවෙන් අනුගමනය වෙයි ද? පහදන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක පරිකේන්ද්‍රය O ද ලම්බ කේන්ද්‍රය H ද වෙයි නම්, $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ බව පෙන්වන්න. (1988)

(14) O, A, B යනු $\overrightarrow{OA} = \underline{\mathbf{a}}, \overrightarrow{OB} = \underline{\mathbf{b}}$ වන අයුරින් එකම සරල රේඛාවක් මත නොපිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ. P සහ Q යනු $\overrightarrow{OQ} = \frac{\mathbf{u}}{2}$ සහ $\overrightarrow{QP} = \frac{1}{2}\frac{|\mathbf{a}|\mathbf{b}}{|\underline{\mathbf{b}}|}$ වන අයුරින් වූ ලක්ෂ්‍ය වේ. $\overrightarrow{OP}$ සහ $\overrightarrow{PA}$, $\underline{\mathbf{a}}$ සහ $\underline{\mathbf{b}}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර $a = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}, \underline{\mathbf{b}} = \frac{|\underline{\mathbf{b}}|(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{PA})}{|\underline{\mathbf{a}}|}$ බව අපෝහනය කරන්න. R යනු AR: RB $= |\underline{\mathbf{a}}||:|\underline{\mathbf{b}}|$ වන අයුරින් AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යයි දී ඇත්නම් $\overrightarrow{OR}$ සොයන්න. ඒ නයින්,

i) O, P, R එකම සරල රේඛාව මත පිහිටන බවත්,

ii) $2|\overrightarrow{OP}| > |\overrightarrow{OR}|$ බවත් පෙන්වන්න. (1989)

(15) i) $\underline{\mathbf{a}}$ සහ $\underline{\mathbf{b}}$ දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න. ත්‍රිකෝණයක උච්චයන් ඒක ලක්ෂ්‍ය බව පෙන්වන්න.

ii) $\underline{\mathbf{a}}$ සහ $\underline{\mathbf{b}}$ යනු නිශ්ශුන්‍ය සමාන්තර නොවන සහ $\alpha\underline{\mathbf{a}} + \beta\underline{\mathbf{b}} = \mathbf{0}$ වන දෛශික දෙකක් නම්, $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}, \boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}$ බව පෙන්වන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක B, C කෝණවල අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ. O ලක්ෂ්‍යය දෛශිකයන්ගේ මූලය ලෙස ගනිමින් $\overrightarrow{OB}$ සහ $\overrightarrow{OC}$,

$\overrightarrow{OB} = \underline{b} = \lambda\left(\frac{(\underline{a}-\underline{b})}{c} + \frac{(\underline{c}-\underline{b})}{a}\right)$ $\overrightarrow{OC} = \underline{c} = \mu\left(\frac{(\underline{b}-\underline{c})}{a} + \frac{(\underline{a}-\underline{c})}{b}\right)$

ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ, μ යනු අදිශ වන අතර $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ යනු ත්‍රිකෝණයේ පාද වේ. $\lambda^{-1} = -\frac{a+b+c}{ac}$, $\mu^{-1} = -\frac{a+b+c}{ab}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, කෝණ සමච්ඡේදක ඒක ලක්ෂ්‍ය බව පෙන්වන්න. (1989)

(16) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **a, b** වෙයි. $\lambda : \mu$ අනුපාතයෙන් AB බෙදෙන P නම් ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{\mu\mathbf{a}+\lambda\mathbf{b}}{\lambda+\mu}$ බව පෙන්වන්න. O යනු ABC ත්‍රිකෝණය ඇතුළත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. AO, BO, CO රේඛාවලට BC, CA, AB සම්මුඛ පාද L, M, N ලක්ෂ්‍යවල දී හමුවන්නේ $\frac{BL}{LC} = \lambda, \frac{CM}{MA} = \mu, \frac{AN}{NB} = \upsilon$ වන පරිදිය. දෛශික මූල O ලෙස ගෙන සමමිතිය භාවිත කිරීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයෙකින් හෝ $\lambda\mu\upsilon = 1$ බව පෙන්වන්න. (1990)

(17) **a** හා **b** යනු සමාන්තර නොවන්නා වූත් ශූන්‍ය නොවන්නා වූත් දෛශික දෙකකි. $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} = 0$ නම් මෙවිට $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බව පෙන්වන්න. A හා B යනු දී තිබෙන O මූලයට සාපේක්ෂව **a** හා **b** පිහිටුම් දෛශික සහිතව AB රේඛාව මත නොවන්නා වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. AOB හා OAB කෝණවල අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදක R හි දී හමුවෙයි. $a = |\mathbf{a}|$ ද, $b = |\mathbf{b}|$ ද, $c = |\overrightarrow{AB}|$ ද ලෙස දී තිබෙයි. $\overrightarrow{OR} = \lambda\left(\frac{\mathbf{a}}{a} + \frac{\mathbf{b}}{b}\right) = \mathbf{a} + \mu\left\{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)(-\mathbf{a}) + \frac{\mathbf{b}}{c}\right\}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ හා μ අදිශ වේ. λ හා μ නිර්ණය කොට ඒ නයින්, OBA කෝණය BR මඟින් සමච්ඡේදනය කෙරෙන බව පෙන්වන්න. (1990)

(18) O, A, B, C යනු O, A, B ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය නොවන පරිදි වූ ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය හතරකි. α හා βයනු නිශ්ශූන්‍ය සංඛ්‍යා විට $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b}$ වේ.

i) OA රේඛාව මත D නම් ලක්ෂ්‍යයක් ගෙන ඇත්තේ $\overrightarrow{OD} = \gamma\mathbf{a}$ වන පරිදිය. $\overrightarrow{DC} = \delta\mathbf{b}$ වන අයුරින් γ හිත් δ හිත් අගයන් සොයන්න.

ii) α, β, **a** හා **b** ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{AC}$ ප්‍රකාශ කරන්න. $\alpha + \beta = 1$නම් A,B,C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය බව පෙන්වන්න. තව ද, A ත් B ත් අතර C පිහිටන බව දී ඇත්නම් α ඇසුරෙන් පමණක් AC:CB අනුපාතය ප්‍රකාශ කර$0 < \alpha < 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

iii) P, Q යනු $\overrightarrow{OP} = 2\mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OQ} = \frac{2}{3}\mathbf{b}$ ද වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. AB හිත් PQ හිත් ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R ය. **a** හා **b** ඇසුරෙන් $\overrightarrow{OR}$ ප්‍රකාශ කර AR : RB හා PR : RQ යන අනුපාත සොයන්න. (1991)

(19) අ) **a** හා **b** යන නිශ් - ශුන්‍ය දෛශික දෙකේ **a, b** අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න. පහත සඳහන් ඒවා පිහිටුවන්න.

i) $(-\mathbf{a}) . \mathbf{b} = \mathbf{a} . (-\mathbf{b}) = - \mathbf{a}. \mathbf{b}$

ii) **a** හා **b** ලම්බ නම් ම පමණක් $\mathbf{a}. \mathbf{b} = 0$, e යනු ඒකක දෛශිකයක් නම්, $\mathbf{e}. \mathbf{b}$ ජ්‍යාමිතික ලෙස විවරණය කරන්න. **a**, b හා c යනු ඕනෑම දෛශික තුනක් සඳහා $\mathbf{a}. (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a}. \mathbf{b} + \mathbf{a}. \mathbf{c}$ බව පෙන්වන්න.

ආ) **ABC** යනු ත්‍රිකෝණයකි. අදිශ ගුණිතය පිළිබඳ ගුණ භාවිත කර **ABC** ත්‍රිකෝණයේ **A, B, C** යන ශීර්ෂවල සිට පිළිවෙලින් BC, CA, AB සම්මුඛ පාද වලට ඇඳි AL, BM, CN ලම්බ ඒකලක්ෂ්‍ය වන බව පෙන්වන්න. (1991)

(20) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනේ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **a, b** සහ $\boldsymbol{\alpha}\mathbf{a} + \boldsymbol{\beta}\mathbf{b}$ වෙයි. $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} = \mathbf{1}$ ම නම් පමණක් A,B සහ C ඒකරේඛීය බව සාධනය කරන්න. OPQ යනු ත්‍රිකෝණයකි. $\overrightarrow{\mathbf{OP}} = \mathbf{p}, \overrightarrow{\mathbf{OQ}} = \mathbf{q}$ වේ. A යනු $\frac{\mathbf{PA}}{\mathbf{QA}} = \boldsymbol{\lambda}(> 1)$ වන පරිදි දික්කළ PQ පාදය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයෙකි. B,C යනු $\frac{\mathbf{OB}}{\mathbf{BP}} = \boldsymbol{\gamma}(> 0)$ ද $\frac{\mathbf{QC}}{\mathbf{CO}} = \boldsymbol{\mu}(> 0)$ ද වන පරිදි පිළිවෙලින් OP ත් OQ ත් පාද මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය යි. $\overrightarrow{\mathbf{OA}} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{\mathbf{OB}} = \mathbf{b}$ ද $\overrightarrow{\mathbf{OC}} = \mathbf{c}$ ද නම් $\boldsymbol{\mu\gamma}(\mathbf{1} - \boldsymbol{\lambda})\mathbf{a} - \boldsymbol{\mu}(\mathbf{1} + \boldsymbol{\gamma})\mathbf{b} + (\mathbf{1} + \boldsymbol{\mu})\mathbf{c} = (\mathbf{1} - \boldsymbol{\lambda\mu\gamma})\mathbf{q}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, $\boldsymbol{\lambda\mu\gamma} = \mathbf{1}$ ම නම් පමණක් A, B, C ඒකරේඛීය බව අපෝහනය කරන්න. (1992)

(21) **a** හා **b** නිශ් - ශුන්‍ය දෛශික දෙකේ **a. b** අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

අ) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දී **a** ත් **b** ත් අතර කෝණය සොයන්න.

i) $\mathbf{a} . (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = \mathbf{0}$ සහ $|\mathbf{b}| = \mathbf{2}|\mathbf{a}|$

ii) $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|$

ආ) A,B,C,D යනු චතුස්තලයක ශීර්ෂ වෙයි. AD ට BC ලම්බ නම් ද BD ට CA ලම්බ නම් ද CD ට AB ලම්බ බව පෙන්වන්න. (1992)

(22) P, Q, R යනු ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනකි. ඒවායේ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\overrightarrow{\mathbf{OP}} = \mathbf{p}, \overrightarrow{\mathbf{OQ}} = \mathbf{q}, \overrightarrow{\mathbf{OR}} = \mathbf{r}$ වෙයි. $\mathbf{r} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + (\mathbf{1} - \boldsymbol{\alpha})\mathbf{q}$ වන පරිදි වූ α සංඛ්‍යාවක් පවතියි ම නම් පමණක් P, Q, R ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න. ABC ත්‍රිකෝණයේ පිළිවෙලින් BC, CA, AB පාද මත P, Q, R ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{\mathbf{BP}} = \boldsymbol{\lambda}\overrightarrow{\mathbf{PC}}, \overrightarrow{\mathbf{CQ}} = \boldsymbol{\mu}\overrightarrow{\mathbf{QA}}$ හා $\overrightarrow{\mathbf{AR}} = \boldsymbol{\nu}\overrightarrow{\mathbf{RB}}$ වන පරිදිය. මෙහි $\boldsymbol{\lambda\mu\nu} \neq \mathbf{0}. \overrightarrow{\mathbf{CA}} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{\mathbf{CB}} = \mathbf{b}$ ද නම් මූල ලක්ෂ්‍යය ලෙස C ගෙන එය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික සොයන්න. ඒ නයින්, $\boldsymbol{\lambda\mu\nu} = -\mathbf{1}$ ම නම් පමණක් P, Q, R ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න. (1993)

(23) **a** හා **b** යන නිශ්ශුන්‍ය දෛශික දෙකේ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න. ABC ත්‍රිකෝණයේ CA = **a** ද CB = **b** ද යැයි ගනිමු. $(\mathbf{a} - \mathbf{b}). (\mathbf{a} - \mathbf{b})$ අදිශ ගුණිතය සැලකීමෙන් $\cos \mathbf{C} = \frac{\mathbf{a^2 + b^2 - c^2}}{\mathbf{2ab}}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\mathbf{a} = |\mathbf{a}|, \mathbf{b} = |\mathbf{b}|$ හා

$c = |\mathbf{a}-\mathbf{b}|$. L ලක්ෂ්‍යය කෙසේ ද යත් ACB කෝණයේ සමච්ඡේදකය CL වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් වෙයි. **a** හා **b** එක එකක් සමග $\overrightarrow{\mathbf{CL}} = \boldsymbol{l}$ දෛශිකයේ අදිශ ගුණිතය සැලකීමෙන් $l = \frac{\mathbf{ba+ab}}{\mathbf{a+b}}$ බව පෙන්වන්න. $CL^2 = ab\left[1-\frac{c^2}{(a+b)^2}\right]$ බව අපෝහනය කරන්න. (1993)

(24) O, P, Q යනු ඒකරේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනකි. R ලක්ෂ්‍යය OPQ තලයේ පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{\mathbf{OR}} = \boldsymbol{\alpha}\left(\frac{\mathbf{OP}}{\mathbf{OP}}+\frac{\mathbf{OQ}}{\mathbf{OQ}}\right)$ වන පරිදිය. මෙහි $\boldsymbol{\alpha}$ යනු අදිශයකි. POQ කෝණය OR ගෙන් සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\overrightarrow{\mathbf{BC}} = \mathbf{a}, \overrightarrow{\mathbf{CA}} = \mathbf{b}, \overrightarrow{\mathbf{AB}} = \mathbf{c}$ වේ. ABC ත්‍රිකෝණයේ B කෝණයේත් C කෝණයේත් අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදක L හි දී හමුවෙයි. $\overrightarrow{\mathbf{BL}} = \boldsymbol{\lambda}\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{a}}-\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{c}}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\boldsymbol{\lambda}$ යනු අදිශයකි. $a = |\mathbf{a}|, b = |\mathbf{b}|$ හා $c = |\mathbf{c}|$. එබඳුම ආකාරයකින් $\overrightarrow{\mathbf{CL}}$ ප්‍රකාශ කරන්න. $\overrightarrow{\mathbf{AL}}$ සඳහා ස්වායත්ත ප්‍රකාශන දෙකක් ලියා දක්වා, $\boldsymbol{\lambda} = \frac{\mathbf{ac}}{\mathbf{a+b+c}}$ බව ද $\overrightarrow{\mathbf{AL}} = \frac{\mathbf{bc-cb}}{\mathbf{a+b+c}}$ බව ද පෙන්වන්න. ඒ නයින්, ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදක තුන ඒකලක්ෂ්‍ය බව පෙන්වන්න. (1994)

(25) P, Q, R හා S යනු පිළිවෙලින් $\overrightarrow{\mathbf{OP}} = \mathbf{p}, \overrightarrow{\mathbf{OQ}} = \mathbf{q}, \overrightarrow{\mathbf{QR}} = \mathbf{r}$ හා $\overrightarrow{\mathbf{OS}} = \mathbf{s}$ පිහිටුම් දෛශික සහිත ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය හතරකි. P, Q,R, S ඒකරේඛීය වෙයි නම්, $\mathbf{r} = (1-\alpha)\mathbf{p}+\alpha\mathbf{q}$ ද, $\mathbf{s} = (1-\beta)\mathbf{p}+\beta\mathbf{q}$ ද වන පරිදි α සහ β යන නිශ් - ශූන්‍ය සංඛ්‍යා දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න. P, Q, R, S ලක්ෂ්‍ය පිළිවලින් ABCD තල චතුරස්‍රයේ DA, AB, CD හා BC පාද මත පිහිටන්නේ $\overrightarrow{\mathbf{DP}} = \boldsymbol{\gamma}\,\overrightarrow{\mathbf{PA}}, \overrightarrow{\mathbf{AQ}} = \boldsymbol{\lambda}\,\overrightarrow{\mathbf{QB}}, \overrightarrow{\mathbf{CR}} = \boldsymbol{\upsilon}\,\overrightarrow{\mathbf{RD}}, \overrightarrow{\mathbf{BS}} = \boldsymbol{\mu}\,\overrightarrow{\mathbf{SC}}$ වන පරිදිය. මෙහි $\boldsymbol{\lambda\mu\upsilon\gamma} \neq \mathbf{0}$ වේ. $\overrightarrow{\mathbf{AB}} = \mathbf{b}, \overrightarrow{\mathbf{AC}} = \mathbf{c}$ හා $\overrightarrow{\mathbf{AD}} = \mathbf{d}$ නම්, මූල ලක්ෂ්‍යය A ලෙස ගෙන එය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R, S ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික b, c, d, $\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}$ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න. ඒ නයින්, P, Q, R, S සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි නම් $\boldsymbol{\lambda\mu\upsilon\gamma} = \mathbf{1}$ බව පෙන්වන්න.(1995)

(26) **a, b** හා **c** යනු ඕනෑම නිශ් - ශූන්‍ය දෛශික තුනක් යැයි සිතමු. $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}.\mathbf{b}$ අදිශ ගුණිතය ජ්‍යාමිතික ලෙස විවරණය කරන්න. ඒනයින්, **a. (b + c) = a . b + a . c** බව සාධනය කරන්න. OAB ත්‍රිකෝණයේ $\overrightarrow{\mathbf{OA}} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{\mathbf{OB}} = \mathbf{b}$ ද යැයි සිතමු. OA > OB යැයි සිතමු. L හා M යනු පිළිවෙලින්, $\overrightarrow{\mathbf{OL}} = l = \boldsymbol{\lambda}\mathbf{a}+(\mathbf{1}-\boldsymbol{\lambda})\mathbf{b}$ ද $\overrightarrow{\mathbf{OM}} = \mathbf{m} = \boldsymbol{\mu}\mathbf{a}+(1-\boldsymbol{\mu})\mathbf{b}$ ද යන පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍ය යි. OL හා OM රේඛා මඟින් පිළිවෙලින් අභ්‍යන්තතර ලෙසත් බාහිර ලෙසත් AOB කෝණය සමච්ඡේදනය වන පරිදි $\boldsymbol{\lambda}$ හි හා $\boldsymbol{\mu}$ හි අගය අදිශ ගුණිතය උපයෝගී කරගෙන $a=|\mathbf{a}|$ හා $b=|\mathbf{b}|$ ඇසුරෙන් නිර්ණය කරන්න.

i) $\frac{\mathbf{AL}}{\mathbf{LB}} = -\frac{\mathbf{AM}}{\mathbf{MB}} = \frac{\mathbf{OA}}{\mathbf{OB}}$ බවත්,

ii) $\overrightarrow{\mathbf{LM}} = \frac{\mathbf{2ab}}{\mathbf{a^2-b^2}}(\mathbf{b}-\mathbf{a})$ බවත් අපෝහනය කරන්න. (1995)

(27) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A,B හා C යන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **a**, **b** හා $\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{b}$ වෙයි. මෙහි α, β යනු අදිශයි. $\alpha+\beta=1$ ම නම් පමණක් A, B හා C ඒක රේඛීය බව සාධනය කරන්න. PQR සහ LMN ත්‍රිකෝණ දෙක කෙසේ ද යත් PL, QM හා RN රේඛා O ලක්ෂ්‍යයෙක දී ඒකලක්ෂ්‍ය වන පරිදිය. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් P, Q හා R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **p**, **q** හා **r** වෙයි. QR රේඛාවත් MN රේඛාවත් A හි දී ද RP රේඛාවත් NL රේඛාවත් B හි දී ද PQ රේඛාවත් LM රේඛාවත් C හි දී ද හමුවෙයි. $\overrightarrow{OA}=\frac{\mu\mathbf{q}-\upsilon\mathbf{r}}{\mu-\upsilon}$, $\overrightarrow{OB}=\frac{\upsilon\mathbf{r}-\lambda\mathbf{p}}{\upsilon-\lambda}$, $\overrightarrow{OC}=\frac{\lambda\mathbf{p}-\mu\mathbf{q}}{\lambda-\mu}$ වන පරිදි λ, μ හා υ යන ප්‍රභින්න අදිශ තුනක් පවතින බව පෙන්වන්න. A, B හා C ඒකරේඛීය බව අපෝහනය කරන්න. (1996)

(28) **a** හා **b** නිශ්ශූන්‍ය දෛශික දෙකක **a**. **b** අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.
අ) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දී **a** හා **b** අතර කෝණය සොයන්න.
i) $\mathbf{a}.(\mathbf{a}+2\mathbf{b})=0$ සහ $|\mathbf{b}|=|\mathbf{a}|$ ii) $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$ (1996)

(29) $-2\vec{\mathbf{p}}+5\vec{\mathbf{q}}$, $7\vec{\mathbf{p}}-\vec{\mathbf{q}}$ හා $\vec{\mathbf{p}}+3\vec{\mathbf{q}}$ යනු අචල O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙලින් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික යයි ගනිමු. මෙහි $\vec{\mathbf{p}}$, $\vec{\mathbf{q}}$ යනු සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකක් වෙයි. A, B හා C ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය බව පෙන්වා C ලක්ෂ්‍ය AB බෙදන අනුපාතය සොයන්න. (2011)

(30) $\vec{\mathbf{a}}$ හා $\vec{\mathbf{b}}$ දෛශික දෙකක් තිත් ගුණිතය වන $\vec{\mathbf{a}}.\vec{\mathbf{b}}$ අර්ථ දක්වන්න. $\vec{\mathbf{a}}$, $\vec{\mathbf{b}}$, $\vec{\mathbf{c}}$ හා $\vec{\mathbf{d}}$ ඕනෑම දෛශික හතරක් සඳහා $(\vec{\mathbf{a}}+\vec{\mathbf{b}}).(\vec{\mathbf{c}}+\vec{\mathbf{d}})=\vec{\mathbf{a}}.\vec{\mathbf{c}}+\vec{\mathbf{b}}.\vec{\mathbf{c}}+\vec{\mathbf{a}}.\vec{\mathbf{d}}+\vec{\mathbf{b}}.\vec{\mathbf{d}}$ යයි උපකල්පනය කරමින් $|\vec{\mathbf{a}}+\vec{\mathbf{b}}|^2=|\vec{\mathbf{a}}|^2+2\vec{\mathbf{a}}.\vec{\mathbf{b}}+|\vec{\mathbf{b}}|^2$ බව පෙන්වන්න. $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2$ සඳහා අනුරූප ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වන්න. $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2=|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2$ නම් $\mathbf{a}.\mathbf{b}=0$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ සමාන නම් එය සෘජුකෝණයක් බව පෙන්වන්න. (2011)

(31) $\mathbf{a}=\mathbf{i}+6\sqrt{3}\mathbf{j}$ වේ. මෙහි **i** හා **j** ට සුපුරුදු අර්ථය ඇත. **b** යනු විශාලත්වය $\sqrt{3}$ සහිත දෛශිකයකි. **a** හා **b** දෛශික අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ නම්, **b** යන්න $x\mathbf{i}+y\mathbf{j}$ ආකාරයෙන් සොයන්න. මෙහි $x\ (<0)$ හා y යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. (2012)

(32) A හා B යනු O ලක්ෂ්‍යයක් සමඟ ඒකරේඛීය නොවන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් **a** හා **b** යැයි ගනිමු. D යනු BD = 2DA වන පරිදි AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය නම්, O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}(2\mathbf{a}+\mathbf{b})$ බව පෙන්වන්න. $\overrightarrow{BC}=k\mathbf{a}(k>1)$ හා O, D හා C ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය නම්, k හි අගය හා OD:DC අනුපාතය සොයන්න. **a** හා **b** ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ ප්‍රකාශ කරන්න. තව ද AC ට සමාන්තරව O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන රේඛාව E හි දී AB හමුවේ නම්, 6DE = AB බව පෙන්වන්න. (2012)

(33) සුපුරුදු අංකනයෙන් O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{i} + \mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු A හරහා OB ට සමාන්තර සරල රේඛාව මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC} = (1 + \lambda)\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් වේ. OB ට BC ලම්බ වන පරිදි වූ λ හි අගය සොයන්න.

(2013)

(34) OABC යනු චතුරශ්‍රයක් යැයි ද D හා E යනු පිළිවෙලින් OB හා AC විකර්ණවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු. තව ද DE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය F යැයි ගනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A,B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ යැයි ගනිමින් $\overrightarrow{OF} = \frac{1}{4}(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})$ බව පෙන්වන්න. P හා Q යනු පිළිවෙලින් OA හා BC පැතිවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. P, F හා Qලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛී බව පෙන්වා PF : FQ අනුපාතය සොයන්න.

(2013)

(35) ABCD යනු $\overrightarrow{DC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ වන පරිදි වූ ත්‍රපීසියමක් යැයි ගනිමු. තවද $\overrightarrow{AB} = \mathbf{p}$ හා $\overrightarrow{AD} = \mathbf{q}$ යැයි ද ගනිමු. $\overline{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ වන පරිදි BC මත E ලක්ෂ්‍යය පිහිටයි. AE හා ED වල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන F මගින් $\overrightarrow{BF} = \lambda\,\overrightarrow{BD}$ යන්න සපුරාලයි. මෙහි λ $(0 < \lambda < 1)$ නියතයකි. $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{6}\mathbf{p} + \frac{1}{3}\mathbf{q}$ බව හා $\overrightarrow{AE} = (1 - \lambda)\mathbf{p} + \pi\mathbf{q}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, λ හි අගය සොයන්න.

(2014)

(36) සුපුරුදු අංකනයෙන් $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ යනු O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. C යනු OABC සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න. $A\hat{O}C = \theta$ යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$ සැලකීමෙන් $\cos\theta = \frac{4}{5}$ බව පෙන්වන්න. (2014)

(37) සුපුරුදු අංකනයෙන්, O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}$ හා $\lambda\mathbf{i} - \mu\mathbf{j}$ වේ; මෙහි λ හා μ යනු $0 < \lambda < \mu$ වන පරිදි වූ තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. $A\hat{O}B$ ඍජු කෝණයක් බව පෙන්වන්න. AB රේඛා ඛණ්ඩයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය C යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකයේ විශාලත්වය 2 නම් හා එය $\mathbf{i}$ ඒකක දෛශිකය සමග $\frac{\pi}{6}$ ක කෝණයක් සාදයි නම්, λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.

(2015)