Part - B

ගැටළු 05කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11) a) p සහ q යනු ධන තාත්වික නියත යයි ගනිමු. $x^2 - (p+2q)x + q^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික සහ ප්‍රභින්න බව පෙන්වන්න. α, β $(\beta < \alpha)$ යනු ඉහත සමීකරණයේ මූල නම් $(\alpha - q).(q - \beta)$ ප්‍රකාශනය p හා q ඇසුරෙන් ප්‍රකාශකර $\alpha > q$ හා $\beta < q$ බව අපෝහනය කරන්න. $\alpha - \beta = \sqrt{p(p+4q)}$ බව පෙන්වන්න. $|\alpha - q|$ සහ $|\beta - q|$ මූලවන වර්ගජ සමීකරණය $x^2 - \sqrt{p(p+4q)}\,x + pq = 0$ බව පෙන්වන්න.

b) $f(x) = x^3 - (a+b)x^2 + b(a+1)x - ab$ යයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ සහ $b \neq 0$ වේ. $(x - a)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න. $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x - b)$ මගින් බෙදූවිට ශේෂය ab බව දී ඇත්නම් $b = 2a$ බව පෙන්වන්න. තවද $(x-2)$ යන්න $f^{1}(x)$ හි සාධකයක් බවද, $f^{11}(x)$ හි සාධකයක් නොවන බව ද දී ඇත්නම් a, b හි අගය සොයන්න. එනයින් $f(x)$ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශකරන්න. $f_{(x)} > 0$ වන පරිදි x හි අගය පරාසය අපෝහනය කරන්න. මෙහි $f^{1}(x)$ සහ $f^{11}(x)$ හි $f(x)$ ශ්‍රිතයේ පළමු හා දෙවෙනි ව්‍යුත්පන්න වේ.

12) a) එක් අකුරක් එක් වරකට වඩා නොයෙදෙන සේ 'CHEMISTRY' යන වචනයේ අකුරුවලින් වරකට අකුරු 4 බැගින් ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන සොයන්න.

ඒවායින්,

1. T අකුරු මුලට සිටින සේ
2. E අකුර අගට සිටින සේ
3. ස්වර දෙක අඩංගු වන සේ
4. ස්වර දෙක අඩංගු නමුත් ස්වර දෙක එක ළඟ නොසිටින සේ සකස් කළ හැකි පිළියෙල කිරීම් ගණන සොයන්න.

23' AL API [PAPERS G

b) $r \in \mathbb{Z}^+$ විට $r + 1 = \lambda(r+4) - \mu$ වන පරිදි λ, μ නියත සොයන්න. එනයින් $U_r = \dfrac{3^r(r+1)}{(r+4)!}$ නම් $U_r = f_r - f_{r+1}$ වන පරිදි f_r ශ්‍රිතයක් සොයා $\sum_{r=1}^{n} Ur = \dfrac{1}{8} - \dfrac{3^{n+1}}{(n+4)!}$ බව අපෝහනය කරන්න. $W_r = U_{2r-1} + U_{2r}$ නම් $\sum_{r=1}^{n} Wr$ හි ඓක්‍යය n ඇසුරෙන් සොයන්න.

13) a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} a & 3 & 0 \\ 1 & b & -1 \end{pmatrix}$ යනු න්‍යාස 2ක් යයි ගනිමු. මෙහි a, b යනු ධන නිඛිල වේ. $AB^T = C$ බව දී ඇති විට

$C = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 2a-3 & 2-b \end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

C යනු අපූර්ව න්‍යාසයක් නම් $0 < a \leq 2$ බව පෙන්වන්න. ඒමගින් $a = 1$ සහ $b = 5$ බව පෙන්වන්න. $D = C + I$ යයි ගනිමු. D^{-1} සොයා $D^3 = D$ බව පෙන්වා D^{2023} සොයන්න.

$4x + 6y = 11$

$X + 2y = 3$

සමගාමී සමීකරණ $D\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න. මෙහි P යනු 2x 1 න්‍යාසයකි. X හා y අගය සොයන්න.

b) $Z, w, \in \mathbb{C}$, $w \neq 0$ යයි ගනිමු. $|Z|^2 = z\bar{Z}$ බව පෙන්වා එනයින් $\left|\frac{Z}{w}-1\right|^2 = 1+\left|\frac{Z}{w}\right|^2 - 2\mathrm{Re}\left(\frac{Z}{w}\right)$ බව පෙන්වන්න.

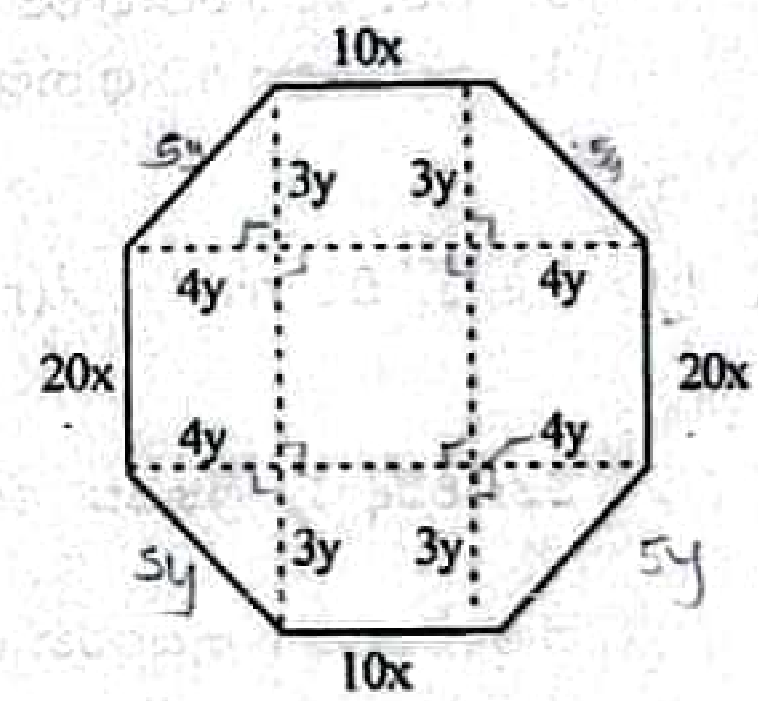
$|z + w| = |2 - w|$ සහ $|Z| = K\,|w|$ බව දී ඇත. $k \in \mathbb{R}^+, \mathrm{Re}\left(\frac{z}{w}\right) = 0$ බව පෙන්වා $|z+w|^2 = |z|^2 + |w|^2$ හා $Z = kiw$ බව අපෝහනය කර z, w , 0 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය වන ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය නොවන විට ජ්‍යාමිතික නිරූපනයක් ලබාදෙන්න.

c) $(2 + \sqrt{3} + i)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $4Cos\frac{\pi}{12}\left(Cos\frac{\pi}{12} + iSin\frac{\pi}{12}\right)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. එනයින් $(2+\sqrt{3}-i)$ සඳහා ද එවැනි ප්‍රකාශනයක් අපෝහනය කරන්න. $(2+\sqrt{3}+i)^6 = 2^{12}(Cos^6 \pi/_{12})\, i$ බව පෙන්වා $(2+\sqrt{3}+i)^6 + (2+\sqrt{3}-i)^6$ හුදෙක් තාත්වික බව අපෝහනය කර ඒහි අගය සොයන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

14) a) $f(x) = \frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}; x \neq -1$ යයි ගනිමු. $f^1(x) = \frac{2(4x-5)}{(x+1)^4}; x \neq -1$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $f^1(x)$ යනු $f(x)$ ශ්‍රිතයේ ව්‍යුත්පන්නය වේ. $f^{11}(x) = \frac{24(3-x)}{(x+1)^5}; x \neq -1$ බව දී ඇත. හැරුම් ලක්ෂ්‍යය, නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්ථාරයක් අඳින්න. $y = |f(x)|$ ප්‍රස්ථාරය වෙනම ඇද $4|f(x)| = 1$ සමීකරණයේ තාත්වික මූල සංඛ්‍යාව සොයන්න.

b) රූපයේ දැක්වෙන අෂ්ටාශ්‍රයේ පරිමිතිය 2440 cm එහි වර්ගඵලය A cm^2 නම් $A = 24y^2 + 220\,xy + 200\,x^2$ බව පෙන්වන්න. A උපරිමවන x සහ y හි අගයන් සොයන්න.



15) a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^2 = A(x+1)(x^2+1) + B(x-1)(x^2+1) + (cx+D)(x^2-1)$ වන පරිදි A , B , C හා D නියතවල අගයන් සොයන්න.

එනයින් $\frac{x^2}{(x^2-1)(x^2+1)}$ භින්න භාගවලින් ලියා දක්වා $\int \frac{x^2 \quad dx}{(x^2-1)\,(x^2+1)}$ සොයන්න. $t^4 = \frac{(1+x^4)}{x^4}$ ආදේශය භාවිතයෙන් $\int \frac{1}{(1+x^4)^{1/4}} dx$ සොයන්න.

b) $x^2 - x + 1 = (x-\alpha)^2 + \beta$ වන පරිදි α , β නියත සොයා එම අගයන් සඳහා $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{x-\alpha}{\sqrt{\beta}}\right)$ ආදේශයෙන් $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2-x+1}} dx$ සොයන්න.

ඉහත සඳහන් ආදේශ භාවිතයෙන් $\int_0^1 \sqrt{x^2-x+1}\; dx = \frac{3}{4}\int_{-\pi/6}^{\pi/6} Sec^3\theta d\theta$ බව පෙන්වා කොටස්වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන් $\int_0^1 \sqrt{x^2-x+1}\; dx = \frac{1}{2} + \frac{3}{8}\ln_3$ බව අපෝහනය කරන්න.

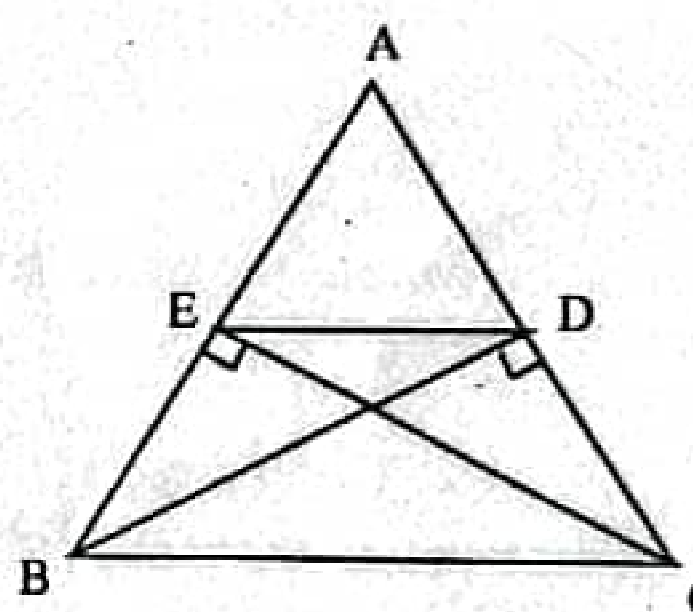
$I = \int_0^1 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\sqrt{x^2 - x + 1}}\,dx$ යයි ගනිමු. $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ යන සම්බන්ධය භාවිතයෙන් ~~[illegible]~~ බව පෙන්වන්න.

$I = \frac{1}{2} \ln 3$ බව

16) $P \equiv (x_1, y_1)$ සහ l සරල රේඛාවේ සමීකරණය $ax + by + c = 0$ යයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යය හරහා l ට සමාන්තරව ඇඳි සරල රේඛාව මත පිහිටන ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(x_1 + b\lambda, y_1 - a\lambda)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙලින් $4x - 3y + a = 0$ හා $x + y + 2a = 0$ සරල රේඛා යයි ගනිමු. l_1 හා l_2 රේඛා දෙකේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය $A' = (-a, -a)$ බව පෙන්වන්න. l_1 හා l_2 හි ඡේදන කෝණවල සමච්ඡේදක දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න. $A \equiv (a, 2a)$ හා $B \equiv (2a, 4a)$ ලක්ෂ්‍ය දෙක $l_1 \equiv 4x - 3y + a = 0$ රේඛාවෙන් එකම පස පිහිටන බව පෙන්වන්න. මෙහි $a > 0$ වේ. A හා B ලක්ෂ්‍ය කේන්ද්‍ර වන පරිදි l_1 රේඛාව ස්පර්ශ කරන වෘත්ත දෙක S_1 හා S_2 නම්, a ඇසුරෙන් S_1 හා S_2 හි සමීකරණ ලියන්න. S_1 හා S_2 වෘත්ත දෙක ඡේදනය නොවී පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

17) a) සුපුරුදු අංකනයට අනුව Sin නීතිය ලියා දක්වන්න. ABC සුළුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය Δ නම්, $\Delta = \frac{1}{2} bc\sin A$ බව පෙන්වන්න. Δ සඳහා අනුරූප ඉතිරි ප්‍රකාශන දෙක ලියා දක්වන්න.

රූපයේ දක්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ BD හා CE උච්ච වේ. AED ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{E}D$ හා $A\hat{D}E$ යන කෝණ B හා C ඇසුරෙන් සොයා ඒම ත්‍රිකෝණයට Sin නීතිය භාවිතයෙන් $DE = a\cos A$ බව පෙන්වන්න. AED ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය $(a + b + c)\cos A$ බව අපෝහනය කරන්න. ADE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $\Delta \cos^2 A$ බවද පෙන්වන්න. මෙහි Δ යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වේ.



b) $\cot 70^0 + 4\cos 70^0 = \sqrt{3}$ බව පෙන්වා

$\cos x + \sqrt{3}\sin x = \cot 70^0 + 4\cos 70^0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

23, AL Api

PAPERS GROUP

The best group in the telegram