තක්ෂිලා මධ්‍ය විද්‍යාලය – හොරණ
TAXILA CENTRAL COLLEGE – HORANA

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය – 2023
අවසාන වාර පරීක්ෂණය – 13 ශ්‍රේණිය – 2023 ඔක්තෝබර්

B කොටස

සංයුක්ත ගණිතය I Combined Mathematics I	10	S	I	පැය තුනයි *Three hours*

- **ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.**

11. (a). $p(x) = \lambda x^2 + x - \lambda$ සහ $Q(x) = x^2 - \lambda x + \lambda$ වේ. මෙහි $\lambda \neq 0, \lambda \in \mathcal{R}$ වේ.

i). $Q(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වීමට λ පැවතිය යුතු අගය පරාසය සොයන්න.

ii). $p(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල α සහ β ද, $p(x) = Q(x)$ සමීකරණයේ මූල a හා b ද නම් $\alpha\beta$ හා ab මූල වශයෙන් ඇති වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න. $(\lambda \neq 1)$

iii). $\frac{\lambda}{ab}, \frac{\lambda}{\alpha\beta}$ මූල වශයෙන් ඇති වර්ගජ සමීකරණය (ii) කොටස ඇසුරින් අපෝහනය කරන්න.

(b). $f(x) = 3x^5 + px^4 - x^3 - 24x^2 + qx + 8$ වේ. $f(x)$, $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -28 වන අතර $(x+1)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයකි. p හා q හි අගයන් සොයන්න.

$f(x) = (x^3 - 8)(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)$ ලෙස ප්‍රකාශ හැකි නම්, α, β හා γ තාත්වික නියත වල අගය සොයන්න. $f(x)$ සම්පූර්ණයෙන්ම සාධක වලට වෙන් කරන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP

12. (a). එකිනෙකට වෙනස් නිල්, කහ හා රතු බෝල පිළිවෙලින් 7, 5 හා 3 බැගින් මල්ලක ඇත. ඉන් බෝල 8ක් ගත හැකි සංයෝජන ගණන

i. තේරීම මත කිසිම සීමා කිරීමක් නොමැති විට

ii. තෝරා ගන්නා ලද බෝල අතර අඩු වශයෙන් රතු බෝල 2ක් හා කහ බෝල 4ක් තිබිය යුතු නම් තෝරා ගැනීම් සිදු කළ හැකි ආකාර සොයන්න.

(b) $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = \frac{r}{3}(r+1)(r+2)$ යැයි ගනිමු. තවද $r \in Z^+$ සඳහා $f(r) = \frac{1}{r(r+1)}$ වේ.

$\frac{1}{U_r} = k\{f(r) - f(r+1)\}$ වන පරිදි k හි අගය නිර්ණය කරන්න.

එමගින් $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{U_r} = \frac{3}{4} - \frac{3}{2(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{U_r}$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$2 \leq 3\left\{1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)}\right\} < 3$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

13\. (a) $A = \begin{pmatrix} b & 2b-7 \\ 3 & b+2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. මෙහි b තාත්වික නියතයකි. $detA = 17$ නම් b හි අගය සොයන්න.

$A^2 - 6A + 17I = 0$ බව පෙන්වා එනයින් A^{-1} සොයන්න. මෙහි I යනු 2×2 ගණයේ ඒකක න්‍යාසයකි.

$AX = B$ විට $X = A^{-1}B$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 13 \end{pmatrix}$ ලෙස ගෙන X සොයන්න.

23' AL API (PAPERS

(b) $Z_1, Z_2 \in C$ යැයි ගනිමු.

i) $Re(Z_1 \overline{Z_2}) = Re(\overline{Z_1} Z_2)$

ii) $|Z_1 - Z_2|^2 = |Z_1|^2 - 2Re(Z_1 \overline{Z_2}) + |Z_2|^2$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $|1 - Z_1 Z_2|^2 - |Z_1 - Z_2|^2 = (1 - |Z_1|^2)(1 - |Z_2|^2)$ බව පෙන්වන්න.

(c) $Z = (\sqrt{5} + 2i)$ යැයි ගනිමු.

Z යන්න $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ.

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $n \in Z^+$ සඳහා $(\sqrt{5} + 2i)^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$ ලෙස ලියා දක්වන්න.

එනයින්, $(\sqrt{5} + 2i)^n + (\sqrt{5} - 2i)^n = 3^n . 2\cos n\theta$ බව අපෝහනය කරන්න.

14\. (a). $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \frac{4x}{(x+1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \neq -1$ සඳහා $f'(x) = \frac{-4(x-1)}{(x+1)^3}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $f(x)$ වැඩිවන හා අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

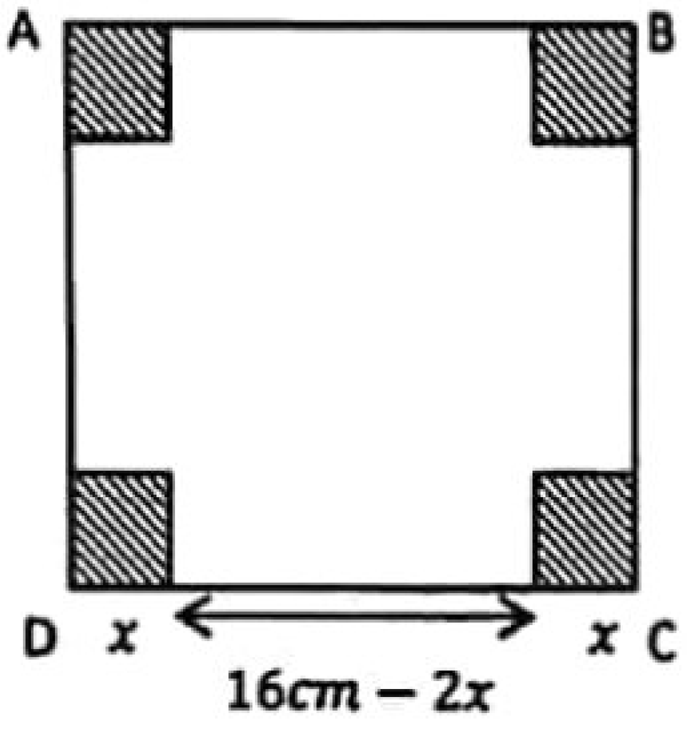
$f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq -1$ සඳහා $f''(x) = \frac{8(x-2)}{(x+1)^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ වක්‍රයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b). පැත්තක දිග $16cm$ ක් වන $ABCD$ සමචතුරස්‍රාකාර තුනී තහඩුවකින් A, B, C, D මුළු හතරෙන්ම පැත්තක දිග x වන කුඩා සමචතුරස්‍රාකාර කොටස් කපා ඉවත් කර ඇත. පැති හතරම නැවීමෙන් පියන රහිත පෙට්ටියක් තනා ඇත. පෙට්ටියේ උපරිම පරිමාව සොයන්න.



Scanned with CamScanner

15 (a) $f(x) = |x+1| + |x| + |x-1|$ ලෙස දී ඇත. $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \frac{19}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^1 x(\tan^{-1}x)^2\,dx$ අනුකලනය කරන්න.

(c) $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ යන සම්බන්ධය භාවිතයෙන් $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x}\,dx = \sqrt{2}\log(\sqrt{2}+1)$ බව පෙන්වන්න.

23' AL API (PAPERS GR

16 $ax + by + c = 0$ හා $lx + my + n = 0$ සමීකරණ වලින් දැක්වෙන ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙක අතර කෝණ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ සොයන්න.

l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙලින්, $3x + 4y - 43 = 0$ හා $7x - 24y - 267 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු. l_1 හා l_2 අතර කෝණ වල සමච්ඡේදක වල සමීකරණ සොයන්න.

l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

l_1 හා l_2 රේඛා දෙකම ස්පර්ශ කරන අරය ඒකක 5ක් වූ ද l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණය තුළ පිහිටියා වූ ද වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

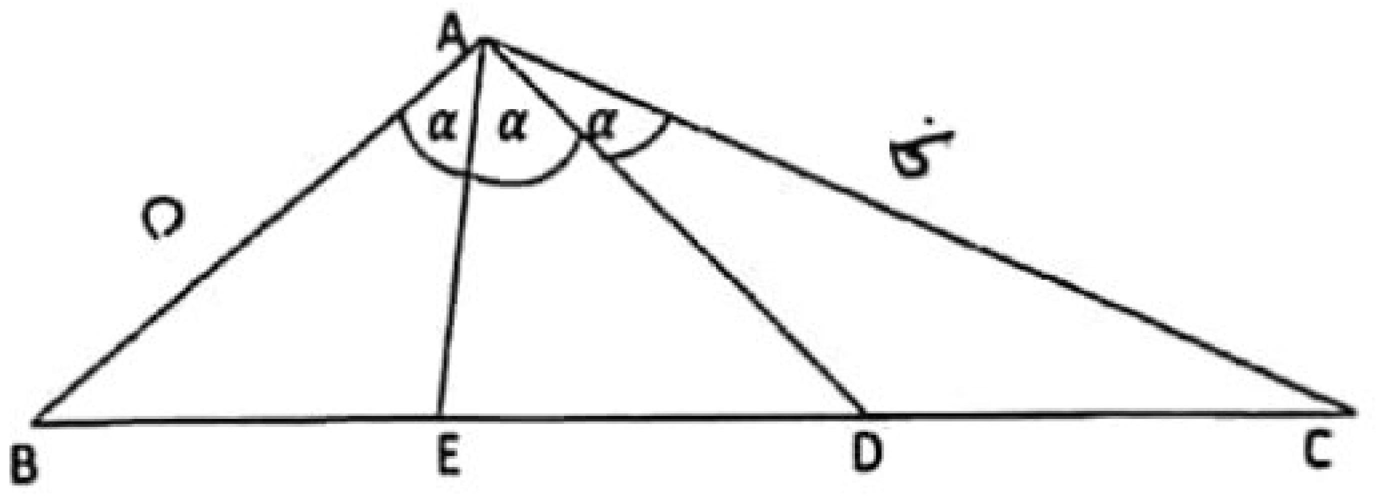
එම වෘත්ත දෙකෙහි අනෙක් ස්පර්ශක දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

17 (a) $A(>0)$ හා B තාත්වික නියත ද $\alpha \in \mathcal{R}$ සඳහා $f(\alpha) = \cos\alpha + A\sin\alpha + B$ වේ.

f හි උපරිම හා අවම අගයන් 7 හා 3 බව දී ඇත. A හා B හි අගයන් සොයන්න.

A හා B මෙම අගයන් ගන්නා විට $f(\alpha) = 6$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) සුපුරුදු ලෙස අංකනය කරන ලද ABC ත්‍රිකෝණයේ $b > c$ වන අතර D හා E යනු, A හරහා මධ්‍යස්ථය AD වන පරිදි ද, AD හා AE මගින් A කෝණය ත්‍රිච්ඡේදනය කරන පරිදි ද BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතා කර $\cos\frac{A}{3} = \frac{b}{2c}$ බව පෙන්වන්න.



(c) $\tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

•••

Scanned with CamScanner

23, AL Api
PAPERS GROUP
The best group in the telegram