ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන

De Mazenod College – Kandana

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය

2022 නොවැම්බර් පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය	I	10 S I
இணைந்த கணிதம்	I	
Combined Mathematics	I	

B කොටස

※ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $p \in \mathbb{R}$, $x^2 + px + p = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ $p \geq 4$ ම නම් පමණක් මූල තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න. මෙම සමීකරණයේ මූල α හා β නම් p ඇසුරින් $(\alpha + \beta)$ සහ $\alpha\beta$ ලබාගන්න.

$\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) = \frac{(p+1)^2}{p}$ බව පෙන්වා,

$\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)$ හා $\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $px^2 + p(p+1)x + (p+1)^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)^2$ හා $\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න .

(b) $f(x) = x^5 + 80x^2 + 240x + 192$ ලෙස ශ්‍රිතයක් දී ඇත. $f(x)$ බහුපදයේ $(x+2)^3$ සාධක වන බව ශේෂ ප්‍රමේය නැවත නැවත යෙදීම මගින් පෙන්වන්න. ඒ නයින්, $f(x) = 0$ සමීකරණයට එක් තාත්ත්වික මූලයක් පමණක් පවතින බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

12. (a) $(bx + 2a)^8 = C_0 + C_1x + C_2x^2 + \cdots + C_ix^i + \cdots + C_8x^8$ ලෙස දී ඇත. a , b තාත්ත්වික නියත වන විට $i = 0,1,2,\ldots,8$ සඳහා x^i හි සංගුණකය C_i වේ. $7aC_1 = 2C_2$ නම් $b = 2a^2$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් $\sum_{i=1}^{8} C_i = (2a)^8(a+1)^8 - 1$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\frac{8}{2.5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{11}{5.8}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{14}{8.11}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r නම්,

U_r ලියා දක්වන්න.

$f(r) = \frac{1}{(3r-1)}\left(\frac{1}{2}\right)^{r-1}$ විට $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් , $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{2} - \frac{1}{(3n+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ බව පෙන්වා ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වන්න.

තවද, $\frac{2}{5} \leq \sum_{r=1}^{\infty} U_r \leq \frac{1}{2}$ බව ද පෙන්වන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ බව දී ඇත. $A^2 + \lambda B + \mu A = 0$ වන පරිදි λ හා μ වන නියත සොයන්න. I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ. $B^{-1} = \frac{1}{2}A$ බව පෙන්වන්න. එනයින් A^{-1} ලබාගන්න.

(b) $Z = x + iy$ $(x, y \in \mathbb{R}$ වන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සඳහා ප්‍රතිබද්ධය $\bar{Z}$ හා මාපාංකය $|Z|$ ලියා දක්වන්න .තවද,

I. $Z.\bar{Z} = |Z|^2$

II. $Z - \bar{Z} = 2i\, Im(Z)$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් , $|Z| = 1$ විට $\frac{Z-1}{Z+1}$ සම්පූර්ණයෙන් අතාත්වික බව පෙන්වන්න.

(c) $12 + 5i$ හි වර්ගමූලය $a + ib$, $(a, b \in \mathbb{R})$ ආකාරයෙන් සොයා එම වර්ගමූලය නිරූපණය වන ලක්ෂ්‍යයන් P හා Q ලෙස ආගන්ඩ් සටහනේ නිරූපනය කරන්න. Q' යනු Q මගින් නිරූපිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිබද්ධය දක්වන ලක්ෂ්‍යය නම් $OPRQ'$ රෝම්බසයක් වන අයුරින් R මගින් නිරූපිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

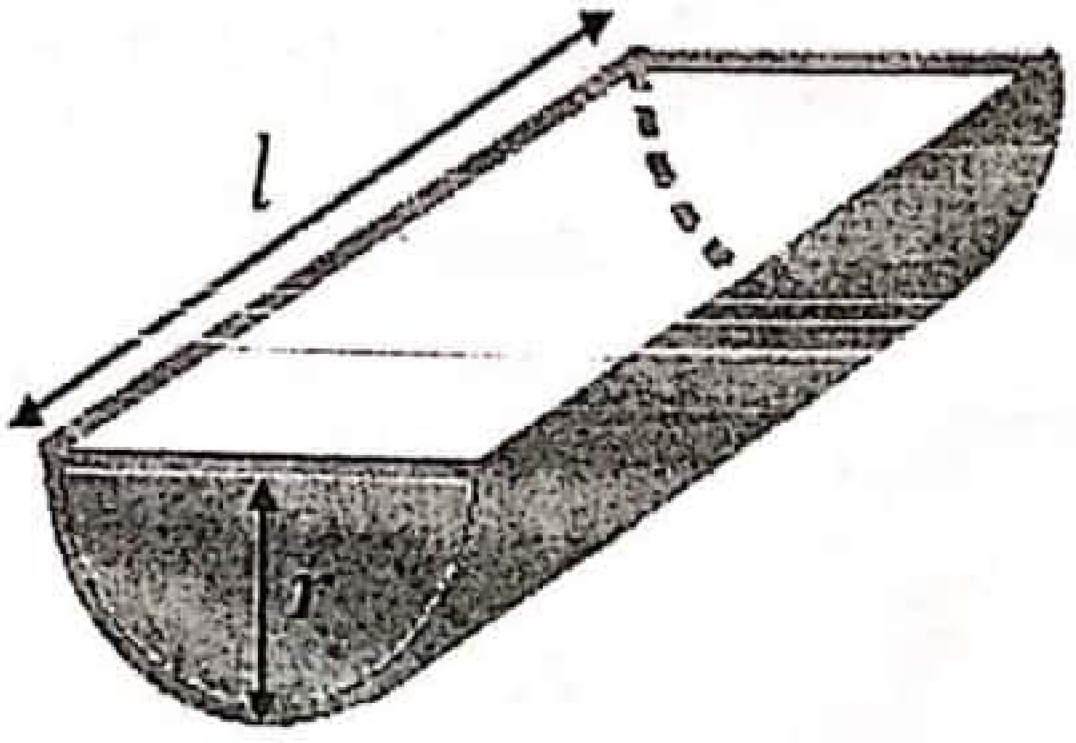
22 A/L අපි [papers group]

14. (a) $x \neq 2$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2+4}{(x-2)^2}$ යැයි ගනිමු. $x \neq 2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න, $f'(x) = \frac{-4(x+2)}{(x-2)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
~~$f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක~~ සොයන්න.

$x \neq 2$ සඳහා $f''(x) = \frac{8(x+4)}{(x-2)^4}$ බව දී ඇත. $y = f(x)$ ප්‍රස්ථාරයේ උඩු අවතල හා යටි අවතල ප්‍රාන්තර සොයා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකද සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) යාබද රූපයේ අර්ධ සිලින්ඩරාකාර ජල බඳුනක් දැක්වේ.එහි අරය $r\ cm$ ද දිග $l\ cm$ ද වේ. ජල බඳුනේ පරිමාව $512\pi\ cm^3$ බව දී ඇත.එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $S\ cm^2$ යන්න,

$S = \pi r \left(r + \frac{1024}{r^2}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් S අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න. ජල බඳුනේ අවම පෘෂ්ඨ වර්ගඵලයද සොයන්න.



15. (a) භින්න භාග භාවිතයෙන් $\int \frac{5-2x}{(x-1)(x^2+x-2)}dx$ සොයන්න.

ඒ නයින්,

$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{5\cos x - \sin 2x}{(\sin x-1)^2(\sin x+2)}dx$ නම්, $t = \sin x$ ආදේශය භාවිතයෙන්

$I = 1 + \ln\left(\frac{5}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය සහ සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන්,

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan^{-1}(\sin x).\cos x\, dx = \frac{\pi - 2\ln 2}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(c) a නියතයක් විට $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x+\cos x}dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x+\cos x}dx$$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x+\cos x}dx = \frac{1}{\sqrt{2}}\ln(\sqrt{2}+1)$ බව පෙන්වන්න .

16. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ $AD \equiv x+y=12$ ද $AB \equiv y=2x$ ද $B \equiv (0,\lambda)$ ද $C \equiv (-2\sqrt{10}, \mu)$ ද වේ. λ හා μ සොයන්න.

AC මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් $(4+t, 8+(\sqrt{10}-3)t)$ ලෙස දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

AC මත කේන්ද්‍රය පිහිටි BC රේඛාව ස්පර්ශ කරන වෘත්තයේ සමීකරණය,

$x^2+y^2-2(t+4)x-2(8+(\sqrt{10}-3)t)y+c=0$ ලෙස දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න.

මෙහි $c \in \mathbb{R}$ වේ, $c = t^2(12-4\sqrt{10})+t(4\sqrt{10}-16)+8$ මෙම වෘත්තය AB පාදය ස්පර්ශ කරයි නම්, $t = -(\sqrt{10}+2)$ බව පෙන්වන්න.

මෙම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයා එය සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ ඡේදන ලක්ෂ්‍යයම වන බව පෙන්වන්න. මෙම වෘත්තය CD පාදයද ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න. මෙම වෘත්තය අභ්‍යන්තරව හා බාහිරව ස්පර්ශ කරන B කේන්ද්‍රය වන වෘත්තවල සමීකරණ ලබාගන්න.

22 A/L අපි [papers group]

17. (a) $R > 0$ සහ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, සඳහා $\sin x + \sqrt{3}\cos x$ යන ප්‍රකාශණය $R\sin(x + \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. $0 \leq x \leq \pi$, සඳහා $\sec x + \sqrt{3}cosec\, x = 4$ නම් $\sin 2x - \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් $\sec x + \sqrt{3}cosec\, x = 4$ හි x හි විසඳුම් කුලකය ලියා දක්වන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක B කෝණය $\frac{\pi}{2}$ ද O යනු පාද තුනෙන් එක එකක් $\frac{2\pi}{3}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන ත්‍රිකෝණය තුල පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $C\hat{B}O = \theta$ නම්, $\tan\theta = \frac{c + a\sqrt{3}}{a + c\sqrt{3}}$ බව සාමාන්‍ය අංකනයට අනුව පෙන්වන්න.

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) = \frac{\pi}{4}$ නම් x හි විසඳුම් සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන

De Mazenod College – Kandana

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය

2022 නොවැම්බර් පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (a) A සහ B යනු එකිනෙකට d දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. A සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන වස්තුවක් පළමුව f ත්වරනයකින්ද, අනතුරුව u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන්ද චලනය වී පසුව $3f$ මන්දනයක් යටතේ චලනය වී B ලක්ෂ්‍යයේ දී ප්‍රවේගය v දක්වා අඩුවේ.

I. වස්තුවේ චලිතයට ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් අඳින්න .

II. මෙම චලිතය ඇතිවීමට $6df \geq 4u^2 - v^2$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(b) X හා Y යනු සමාන්තර ඉවුරු සහිත, d පළලැති, u වේගයෙන් ජලය ගලා යන ගඟක එකිනෙකට හරි කෙලින් ප්‍රතිවිරුද්ධ ඉවුරුවල පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. නිසල ජලයේ $v(< u)$ වේගයෙන් පැද යා හැකි ඔරුවක් ප්‍රතිවිරුද්ධ ඉවුරට යාමේ අරමුණින් X ලක්ෂ්‍යයෙන් පිටත් වේ.

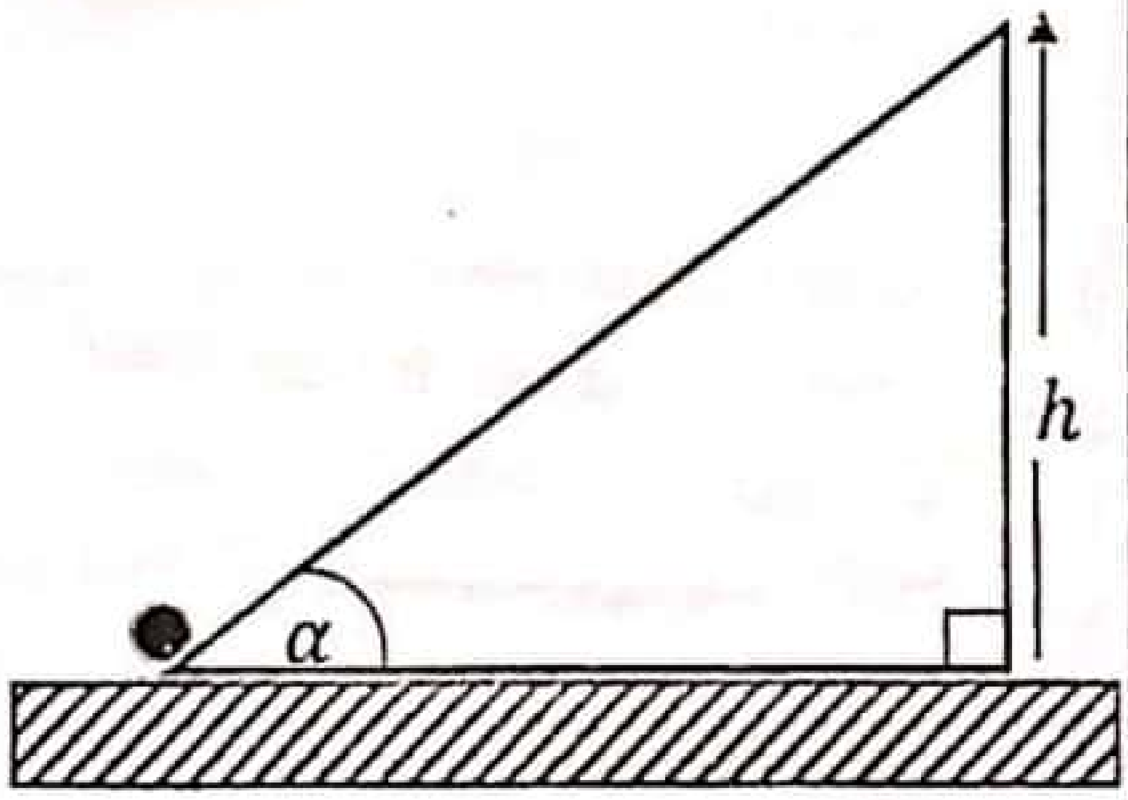
I. ඔරුව X සිට Y දක්වා හරිකෙලින් ලඟා විය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

II. ඔරුව, ඉවුරට α කෝණයකින් ආනතව උඩුගං දිශාවට පදවන්නේ යැයි ගෙන එගොඩ වීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

III. හැකි ඉක්මනින් එගොඩ වීමට α හි අගයද එවිට කාලයද සොයන්න.

IV. Y ට හැකි තරම් ආසන්නයෙන් ගොඩ බැසීමට α හි අගයද එවිට කාලයද සොයා, ගොඩ බසින ස්ථානයට Y සිට දුර $\dfrac{d\sqrt{u^2-v^2}}{v}$ බව පෙන්වන්න.

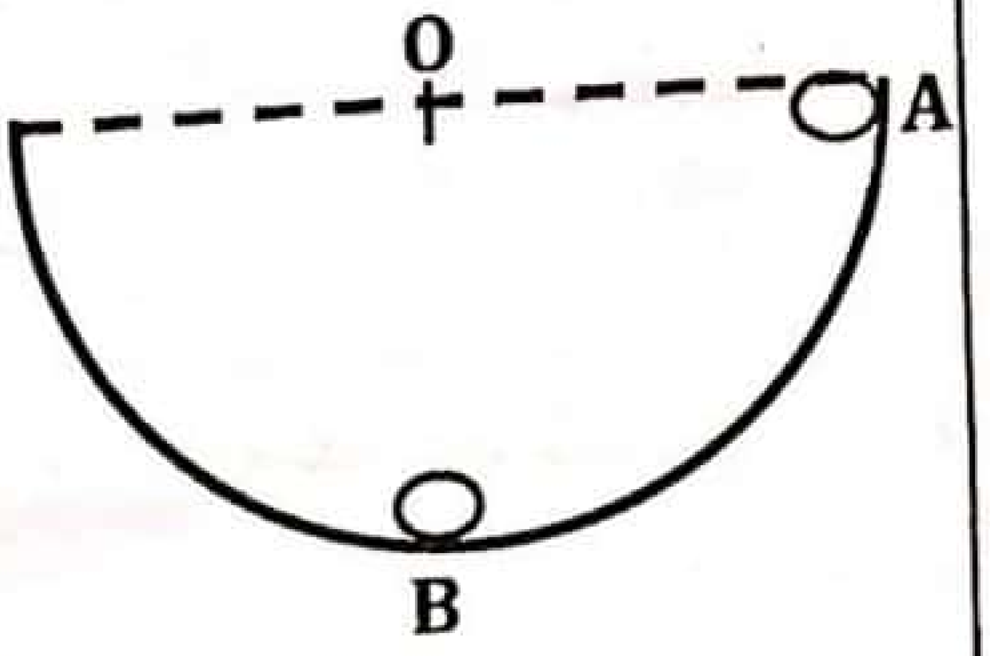
12. (a) ස්කන්ධය M ද උස h ද බෑවුම α ද වූ සුමට කුඤ්ඤයකට විශාල සෝපානයක සුමට තිරස් බිම මත නිදහසේ චලනය විය හැකිය. සෝපානය ට සිරස්ව ඉහලට නියත f ත්වරණයක් ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් කුඤ්ඤයේ ආනත දාරයේ පහලම ලක්ෂ්‍යයේ සිට ආනත දාරය දිගේ ඉහලට v ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලබන්නේ අංශුවේ චලිතය ආනත මුහුණතේ උපරිම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ වනසේ ය. අංශුව හා කුඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාව සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



තවද, අංශුව කුඤ්ඤයේ මුදුනට ලගාවන විට ප්‍රවේගය ලබා ගැනීම සඳහා සමීකරණයද ලියා දක්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

(b) රූපයේ පරිදි O කේන්ද්‍රය වූ සුමට අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක් එහි ගැටිය තිරස් වන සේ සවිකර ඇත. එහි පහළම ලක්ෂ්‍යයේ λm ස්කන්ධ B අංශුව නිසලව ඇත. ගැටිය ආසන්නයේ සමාන අරයැති ස්කන්ධය m වන A අංශුව නිසලතාවයෙන් මුදා හරි. A අංශුව B වෙත ලගාවෙන විට ප්‍රවේගය සොයන්න.



A හා B ගැටුමෙන් පසු B අංශුව පාත්‍ර ගැටිය වෙත යන්තමින් ලගා වේ නම් ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය λ වන බව පෙන්වන්න. A අංශුව B සිට $\frac{a}{2}$ උසකට නැගේ නම් $\lambda = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න.

13. තිරසට θ ආනත සුමට තලයක් මත Aට $6a$ දුරින් පහලින් B ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංක λ සහ mg වන හා ස්වභාවික දිග a සහ $2a$ වන AC සහ CB ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවල C කෙලවරට m ස්කන්ධ අංශුවක් අමුණා A හා B ලක්ෂ්‍යවලට අනෙක් කෙලවරවල් සම්බන්ධ කල විට A සිට $3a$ දුරක් පහලින් එනම් ABහි හරිමැද අංශුව සමතුලිතතාවයේ පිහිටයි. $\lambda = \frac{mg(1+2\sin\theta)}{4}$ බව පෙන්වන්න. $\theta = \frac{\pi}{6}$ විට λ හි අගය සොයන්න.
දැන් AC තන්තුවේ දිග a වන තෙක් අංශුව ඉහලට ඇද අතහරි. අංශුව සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන බව ($AC = 4a$ තෙක්) පෙන්වන්න. කේන්ද්‍රය සොයා උපරිම වේගය ලබාගන්න.
$AC = 4a$ වන විට එහි වේගය ලබාගන්න.
අංශුව තව දුරටත් වෙනත් සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන බව පෙන්වන්න. එහි කේන්ද්‍රය සහ විස්තාරය ලබාගන්න.
AC තන්තුවේ උපරිම දිග $(2+\sqrt{10})a$ බව පෙන්වන්න, AC තන්තුවේ උපරිම ආතතිය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]

14. (a) O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් ඒක රේඛීය නොවන A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. AB මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{a} + \lambda(\mathbf{b} - \mathbf{a})$ ලෙස ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.
$PQRS$ චතුරස්‍රයේ දික්කල QR හා PS රේඛා T හිදී හමුවේ. P, Q, R, S හා T ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{i} + 11\mathbf{j}, 2\mathbf{i} + 8\mathbf{j}, -\mathbf{i} + 7\mathbf{j}, -2\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$ හා $-4\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ වේ. දික්කල SR සහ PQ රේඛා U හිදී හමුවේ. PQ මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකයත් SR මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකයත් සොයා U ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.
PT රේඛාවට SU රේඛාව ලම්භක බවද පෙන්වන්න. එනයින් P, U, S ලක්ෂ්‍ය තුන හරහා යන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

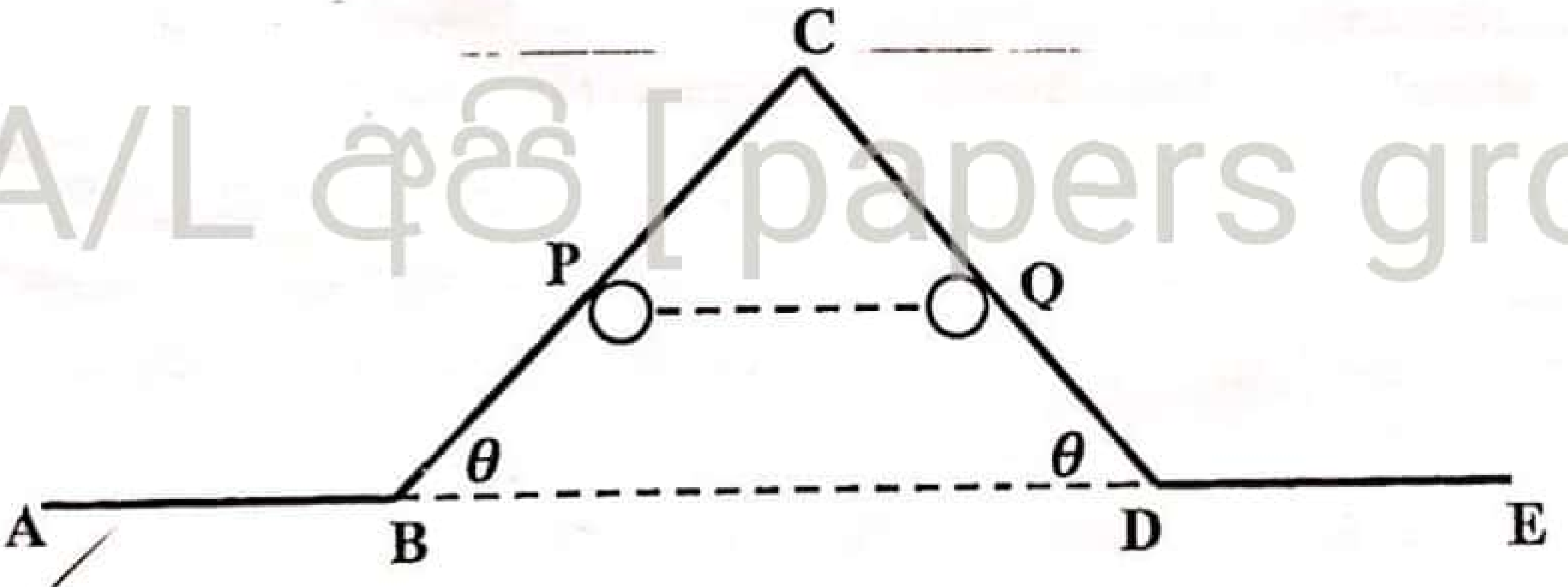
(b) $ABCDEF$ සවිධි ෂඩාස්‍රයේ පාදයක දිග a වේ. මෙම ෂඩාස්‍රය අයත් තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙලින් A, C, D හා F හිදී ක්‍රියාකරන $(2p\mathbf{i} + 3\sqrt{3}p\mathbf{j})$, $\left(\frac{1}{2}p\mathbf{i} - \sqrt{3}p\mathbf{j}\right)$, $(-2p\mathbf{i} - \sqrt{3}p\mathbf{j})$ හා $\left(3p\mathbf{i} + \frac{3\sqrt{3}}{2}p\mathbf{j}\right)$ යන බල වලින් සමන්විත වේ. මෙහි p හා a යනු පිළිවෙලින් නිව්ටන් හා මීටර් වලින් මනින ලද ධන රාශි වේ.පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය බලයේ විශාලත්වයත් හා දිශාවත් එහි ක්‍රියාරේඛාවෙන් AB රේඛාව කැපෙන ලක්ෂ්‍යයට A සිට දුරත් සොයන්න. A හරහා යන අමතර F බලයක් පද්ධතියට එකතු කල විට පද්ධතිය බලයුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් අමතර F බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

තවද, පද්ධතියට එම තලයේම වූ ABC අතට ක්‍රියාකරන $4\sqrt{3}aNm$ විශාලත්වයෙන් යුත් බල යුග්මයක් යෙදූ විට බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය ක්‍රියා රේඛාවට AB කැපෙන ස්ථානයේ පිහිටීම සොයන්න.

15. (a) AB, BC, CD, DE යනු $2a$ සමාන දිගින් යුත් $W, 2W, 2W, W$ බර දඬු වේ. ඒවා $A\hat{B}C = \pi - \theta$ හා $E\hat{D}C = \pi - \theta$ වන පරිදි දෘඩ ලෙස සම්බන්ධ කර ඇත. C හිදී සුමටව අසව් කර ඇත. P හා Q එකම තිරස් මට්ටමේ වූ නාදැති දෙකක් මත මෙම පද්ධතිය රදවා ඇත්තේ AB හා DE දඬු තිරස් වන පරිදිය. BC හා CD දඬු නාදැති මත රදවා ඇත.

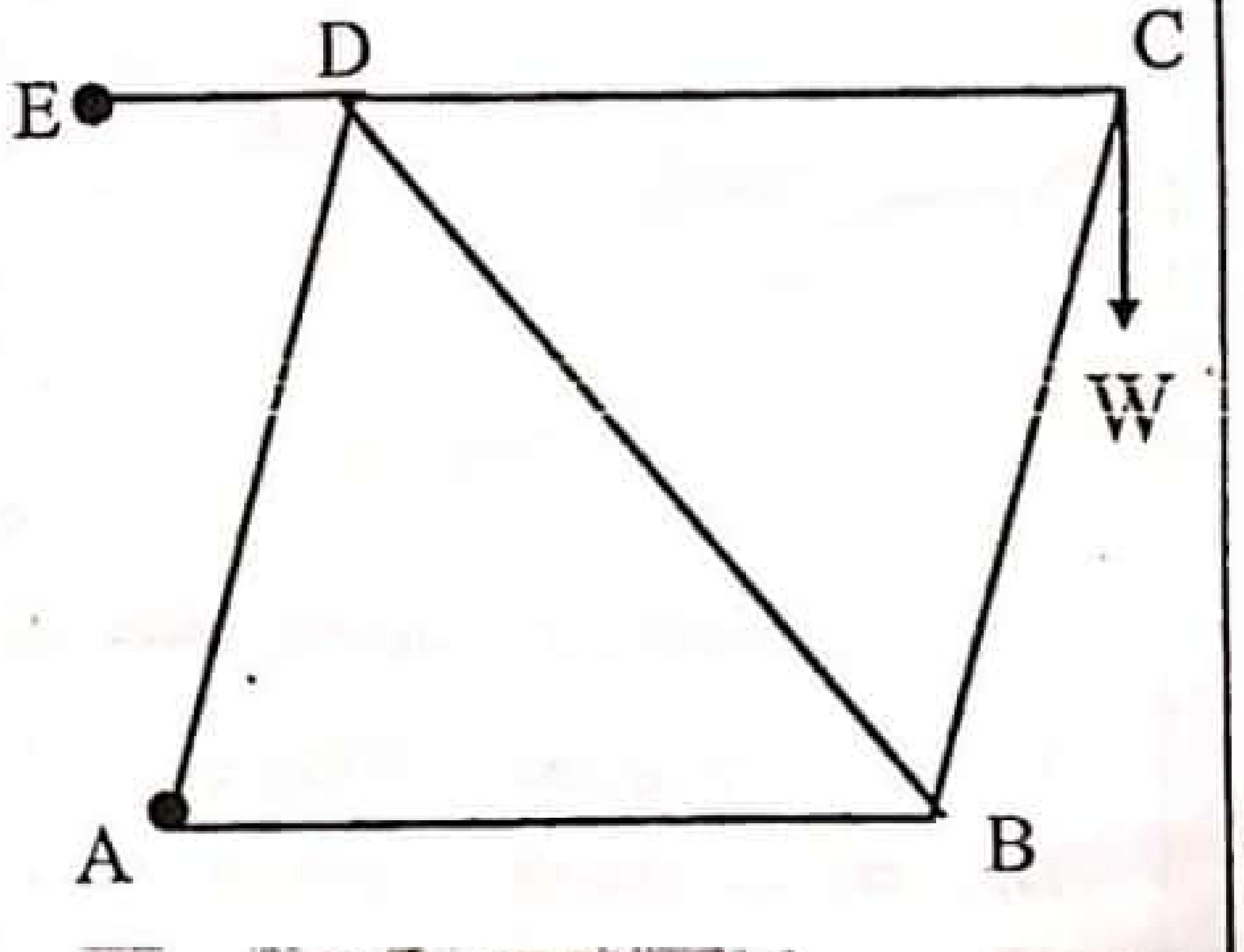
නාදැති මගින් ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{3W}{\cos\theta}$ බවද $PC = \frac{a\cos\theta(1+4\cos\theta)}{3}$ බවද පෙන්වන්න.

C සන්ධිය මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. $\theta < \cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.



22 A/L අපි [papers group]

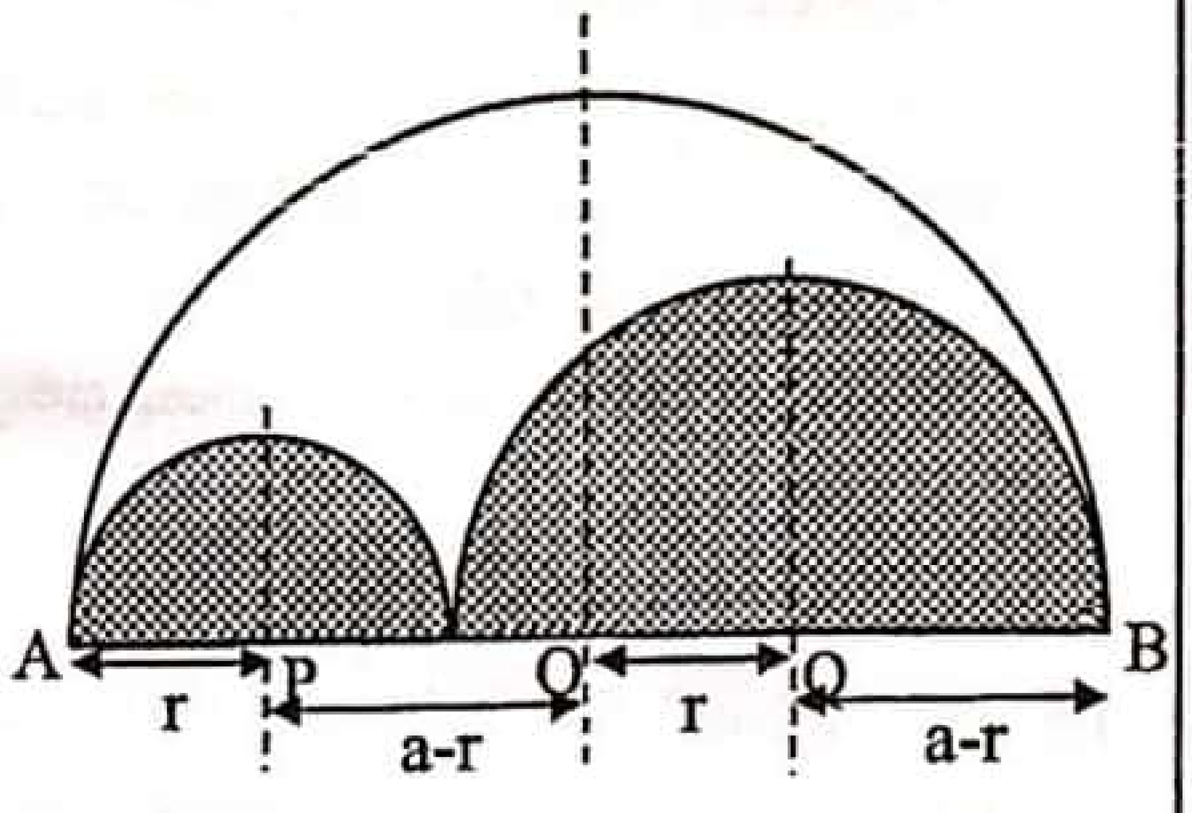
(b) රූප සටහනේ දැක්වෙන සුමට ලෙස සන්ධි කල AB, BC, CD, BD, AD, DE සැහැල්ලු දඬු හයකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් නිරූපණය වේ. DE හැර අනෙක් දඬු පහ දිගින් සමාන වේ. රාමු සැකිල්ල A හා E හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. C හිදී W භාරයක් එල්ලා AB තිරස්ව රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇද දඬු සියල්ලේම ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හා තෙරපුම් වශයෙන් වෙන්කර දක්වන්න.



22 A/L අපි [papers group]

16. ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර තල ආස්තරයක අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වේ. එහි සෘජු දාරය AOB වන අතර සමමිතික අක්ෂය OC වේ. සෘජුකෝණී කාටීසියානු අක්ෂ OX සහ OY පිළිවෙලින් OB සහ OC දිගේ වේ. අනුකලනය භාවිතයෙන් මෙම අක්ෂ පද්ධතිය අනුබද්ධයෙන් තල ආස්තරයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඛණ්ඩාංක $\left(0, \frac{4a}{3\pi}\right)$ බව පෙන්වන්න.

අරය $r(< a)$ සහ අරය $(a - r)$ වූ අර්ධ වෘත්ත දෙකක් තල ආස්තරය මත ඇඳ ඇති අතර පළමු අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය P, OA මත A සිට r දුරින් වන අතර අනෙක් අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය Q, OB මත B සිට $(a - r)$ දුරින් වේ. දැන් මෙම අර්ධ වෘත්ත දෙක තුල වූ කොටස් කපා ඉවත් කරන ලදී. OXY දී ඇති අක්ෂ පද්ධතිය අනුබද්ධයෙන් ආස්තරයේ ඉතිරි කොටසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක (x, y), $x = \frac{2r-a}{2}$, $y = \frac{2a}{\pi}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



මෙම ආස්තරයේ කොටස A ලක්ෂ්‍යයෙන් නිදහසේ එල්ලා ඇත්නම් සමතුලිත පිහිටීමේදී AOB දාරය සිරස සමග සාදන කෝණයද සොයන්න.

17. (a) A මල්ලක රතු බෝල n ද, සුදු බෝල $(n + 2)$ ද ඇත. B මල්ලක රතු බෝල $(n + 1)$ ද, සුදු බෝල $(n + 1)$ ද බැගින් ඇත. $1, 2, 3, 3, 4, 5$ යන අංක යෙදූ නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දමා ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබුණි නම් A මල්ලෙන්ද, නැත්නම් B මල්ලෙන්ද බෝලයක් ගනු ලබයි.

I. සුදු බෝලයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාවය n ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

II. රතු බෝලයක් ලැබී ඇතැයි දී ඇතිවිට එය A මල්ලෙන් ලැබී තිබීමේ සම්භාවිතාවය $\frac{3}{5}$ ක් බව දී ඇත්නම්, A මල්ලේ ඇති රතු බෝල ගණන හා සුදු බෝල ගණන සොයන්න.

III. සුදු බෝලයක් ලැබී ඇතැයි දී ඇතිවිට එය B මල්ලෙන් ලැබීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

(b) පන්තියක සිටින සිසුන්ගේ ගණිත ලකුණු පිළිබද දත්ත පහත වගුවේ දක්වා ඇත.

ලකුණු	සිසුන් ගණන
00 – 20	8
20 – 40	f_1
40 – 60	14
60 – 80	f_2
80 – 100	5

සිසුන්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යස්ථය 50ද, මධ්‍යනය 48.8 ලෙසද දී ඇත.

I. f_1 සහ f_2 අගයන් නිර්ණය කර පන්තියේ මුළු සිසුන් ගණන සොයන්න.

II. එනයින් ලකුණු වල සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න. $(\sqrt{3741} = 61.16)$

III. ඉහත 60 – 80 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිසුන් දෙදෙනෙකුගේ ලකුණු වැරදි ලෙස ලකුණු වී තිබූ අතර එය නිවැරදි කල විට එම සිසුන් දෙදෙනා 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයට ඇතුලත් වුනි නම් සිසුන්ගේ ලකුණු වල නව මධ්‍යනය සොයන්න.