



I

13 ശ്രേණി

කාලය : පැය 3

A කොටස

සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

- (1) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලුම n ධන නිඛිල සඳහා $1+2+3+\dots+n < \frac{1}{8} (2n+1)^2$ බව සාධනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (2) $|2x| < 3 - x^2$ අසමානතාවය සපුරාලන x හි සියලුම තාත්වික අගයයන් සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

22 A/L ခုံခင်း [papers group]

[illegible]

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4 + \cos x}}{x^2} = \frac{1}{4\sqrt{5}}$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අඟි [papers group]

(6) $y = e^x, x = 0, x = 2$, හා $y = 0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙස x අක්ෂය වටා රේඛීයන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලබයි. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{\pi}{2} (e^4 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

(9) $A \equiv (6, -2)$ ලක්ෂ්‍යය $S = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
 $S = 0$ වෘත්තය මත වූ A ලක්ෂ්‍යයට ආසන්නතම ලක්ෂ්‍යයෙහි බිණ්ඩාංක සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

22 A/L අපි [papers group]

.....

.....

.....

.....

.....

(10) $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq \frac{n\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ සර්ව සාමාන්‍ය භාවිතයෙන්
 $\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$ බව පෙන්වන්න. $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{3}{5}$ බව දී ඇත. $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{5}{3}$ බව
 අපෝහනය කරන්න. එනමින් $\sin \theta = \frac{15}{17}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. $z_1 = 2 - 2i$ හා $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$ යැයි ගනිමු. $\frac{z_1}{z_2}$ යන්න $x + iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$. තවද Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර එනයින් $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} \left[\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{5\pi}{12} \right]$ බව පෙන්වන්න.

$\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

c. ද මුවාවර් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

$z = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$ යැයි ගනිමු. $\bar{z} = \frac{1}{z}$ බව පෙන්වා එනයින් $\frac{1+\cos 2\theta + i \sin 2\theta}{1+\cos 2\theta - i \sin 2\theta} = z$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\left(\frac{1+\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}{1+\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}} \right)^{30}$ හි අගය සොයන්න.

(14) a. $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x(3x-1)}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \neq 1$ සඳහා $f'(x) = \frac{1-5x}{(x-1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තරය සහ $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තරය සොයන්න. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ බිඳීයාම සොයන්න. $x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(5x+1)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නිවැරදි ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b. සිලින්ඩරාකාර හැඩැති ඇසුරුම් බඳුනක පරිමාව $28\pi m^3$ වේ. බඳුනේ පියන සඳහා භාවිතා කරන තහඩුවේ වර්ග මීටරයක් සඳහා රුපියල් 500 ක් වැයවන අතර පතුල හා පැති බඳු සඳහා භාවිතා කරන තහඩුවේ වර්ග මීටරයක් සඳහා රුපියල් 200 ක් වැයවේ. බඳුනේ උස h හා පතුලේ අරය r වේ නම් r ඇසුරින් h සොයා විශදම අවම වන පරිදි r හා h හි අගය සොයන්න.

(15) a. $\frac{x^2}{(1-x)(1+x)^2}$ හිත්ත භාග ඇසුරින් ප්‍රකාශ කර එනයින් $\int \frac{x^2}{(1-x)(1+x)^2} dx$ සොයන්න.

b. කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_2^4 x(\ln x)^2 dx$ අගයන්න.

c. $\int_0^a \sin x \cdot \sin(a-x) dx = \frac{1}{2}(\sin a - a \cos a)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a යනු ධන නියතයකි.

$f(x)$ යනු අවකලන ශ්‍රිතයක් විට, $I = \int_0^a f(x) dx$ හා $J = \int_0^a f(a-x) dx$ නම්, $I = J$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ බව පෙන්වා

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x dx}{\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(\sqrt{2} + 1)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(16) a. ABC ත්‍රිකෝණයේ C කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමවිභේදකය $x - 4y + 10 = 0$ හා B හරහා යන මධ්‍යස්ථය $6x + 10y - 59 = 0$ වේ. A හි බිඳීයාම $A \equiv (3, -1)$ වේ.

i. B හා C හි බිඳීයාම සොයන්න.

ii. ABC ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සමීකරණය සොයන්න.

iii. B හරහා AC ට ලම්භ රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

b. $A(0,1)$ හා $B(0,-1)$ ලක්ෂ්‍යයන් හරහා යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $x^2 + y^2 + 2\lambda x - 1 = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු තාත්වික පරාමිතියකි. $k^2 > 4$ නම් A හා B හරහා යමින් $x - 2y + k = 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරන ප්‍රතික්ෂිප්ත වෘත්ත දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න. තවද එම වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භව ඡේදනය වේ නම් k සඳහා තිබිය හැකි අගයන් යොදන්න.

(17) a. $\sin A, \sin B, \cos A, \cos B$ ඇසුරින් $\sin(A+B)$ හා $\sin(A-B)$ ලියා දක්වන්න. එනමින් $\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\cos 7x - \sin 7x + \cos 5x - \sin 5x = 2(\cos 6x - \sin 6x)$ සමීකරණය විසඳන්න.

b. ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයිද, D යනු BC මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයිද ගනිමු. මෙහි $m, n > 0$ වේ. $AD = \theta$, $BD = \alpha$, හා $DC = \beta$ බව දී ඇත. BAD හා ADC ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,

$\frac{m}{n} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin(\theta+\beta)}{\sin(\theta-\alpha)}$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $(m+n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta$ බව පෙන්වන්න.

c. $x > 0$ සඳහා $\tan^{-1} \frac{(1-x)}{(1+x)} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x ; x > 0$ විසඳන්න.

22 A/L අපි [papers group]