සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝබර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
Additional Reading Time - 10 minutes

නම :...

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
* **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටස, **B** කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

Ananda College Maths Section Exam Management Unit
22 A/L අපි [papers group]

A කොටස

01. සියළු $n \in \mathbb{Z}^{+}$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} \frac{r}{2^{r}} = 2 - \frac{(n+2)}{2^{n}}$ බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

02. $y = |x-3|$ හා $y = |2x-3|$ සඳහා දළ ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න. එනයින්, $|x| > |2x+3|$ අසමානතාව තෘප්ත කරන සියලු තාත්වික x සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]
Ananda College Maths Section Exam Management Unit

03. $|z+4+3i|=2$ වන පරිදි z හි පථය ආර්ගන්ඩ් සටහනක දක්වන්න. $\sqrt{34}-2 \leq |z-1| \leq \sqrt{34}+2$ බව පෙන්වා $(z-1)$ හි උපරිම හා අවම විස්තාර අතර වෙනස $2\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{17}}\right)$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

04. $\left(\sqrt[3]{2}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^n$ ප්‍රසාරණයේ 7 වන පදය හා (n - 5) වන පදය අතර අනුපාතය 1 : 6 වේ නම් n සොයන්න. මෙහි $n \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

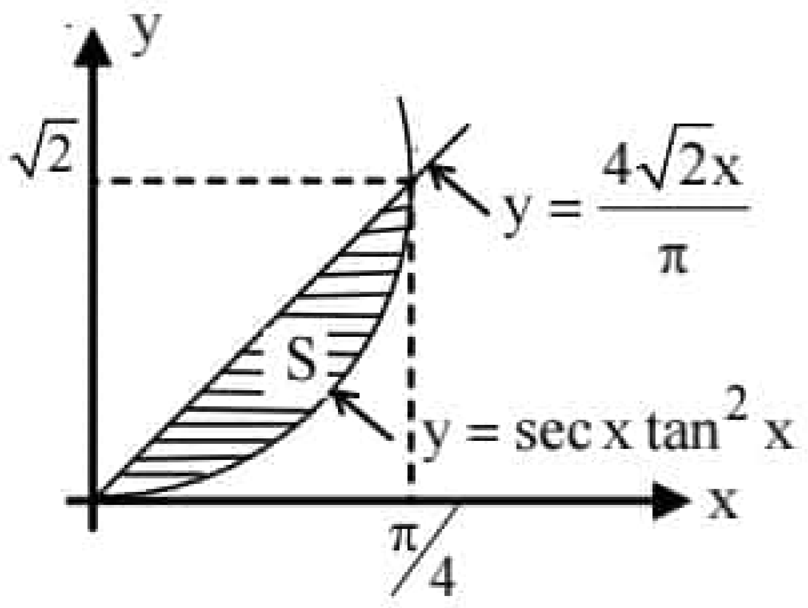
Ananda College Maths Section Exam Management Unit

05. $$\lim_{x \to \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{\frac{\pi^2}{16}\left(x^2 - \frac{\pi^2}{36}\right)} \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\tan\left(\sqrt{\frac{\pi}{4}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}\right)\left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{\pi}{6}}\right)} = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{3\sqrt{2}}$$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]
Ananda College Maths Section Exam Management Unit

06. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $x = 6\cos^3\theta$ හා $y = 6\sin^3\theta$ යන පරාමිතික සමීකරණ මගින් C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. θ හිදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ හා අභිලම්බයේ සමීකරණ සොයන්න. තවද එම ස්පර්ශකයට හා අභිලම්බයට මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ලම්බක දුරවල් පිළිවෙලින් a හා b වේ නම් $4a^2 + b^2 = 36$ බව පෙන්වන්න.

07. $y = \sec x \tan^2 x$ හා $y = \frac{4\sqrt{2}}{\pi}x$ වක්‍ර ඇඳ ඇත. වක්‍ර දෙක අතර අඳුරු කර ඇති ප්‍රදේශය රේඩියන 2π කෝණ ප්‍රමාණයකින් x අක්ෂය වටා භ්‍රමණයෙන් සෑදෙන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{1}{30}(a\pi^2 - bx)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a හා b නිර්ණය කළයුතු නියත වේ.



08. λ යනු නිශ්ශුන්‍ය තාත්වික සංඛ්‍යාවක් වනවිට $3\lambda x - 2y + 1 = 0$ සහ $\lambda x + 2y + 3 = 0$ යන සරල රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක λ ඇසුරින් සොයන්න. මෙම ලක්ෂ්‍යය හා $(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාව $2y - x + 5 = 0$ සරල රේඛාවට ලම්බක වීම සඳහා λ ට ගතහැකි අගය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]
Ananda College Maths Section Exam Management Unit

09. $S_1 \equiv 3x^2 + 3y^2 - 6x - 1 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂය හරහා ද $S_1 = 0$ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා ද, යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. තවද එම වෘත්තය $S_2 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]
Ananda College Maths Section Exam Management Unit

10. $\tan^{-1}(3x) + \tan^{-1}(2x) = \dfrac{\pi}{4}$ විසඳන්න. එනයින් $\sin\left[\dfrac{\pi}{4} - \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right)\right] = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$ බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය, කොළඹ 10 Ananda College, Colombo 10

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝබර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

✸ **B** කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) $x^2+px+q=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α හා β ද $x^2-rx+s=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α^4 හා β^4 ද වේ.

p^2 යන්න $X^2-4qx+2q^2-r=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූලයක් බව පෙන්වන්න. අනෙක් මූලය p හා q ඇසුරින් දක්වන්න. එනයින් $x^2-4qx+2q^2-r=0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික හා ප්‍රතිවිරුද්ධ ලකුණු සහිත බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x)=x^4+ax^3+2x^2+bx-24$ යයි ගනිමු. මෙහි $a,b\in\mathbb{R}$ වේ. $(x-2)$ හා $(x+3)$ යනු $f(x)$ හි සාධක වේ. a හා b නියත සොයන්න.

$f(x)$ යන්න රේඛීය සාධක වල ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.

$f(k+x)$ බහුපදයේ $(x+6)^2$ සාධකයකි. $f(k+x)$ බහුපදය $(x+2)(x^2+1)$ මගින් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.

12. (a) අක්ෂර හෝ ඉලක්කම් හෝ යොදා ගනිමින් කාඩ්පත් හයකින් යුත් සංඥාවක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත. B_1 හා B_2 යනු සර්වසම පෙට්ටි දෙකකි. B_1 පෙට්ටියේ 1 සිට 5 දක්වා අංක යෙදූ රතු කාඩ්පත් 05 ක් ද ඇත. B_2 පෙට්ටියේ A සිට E තෙක් අක්ෂර යෙදූ රතු කාඩ්පත් 05 ක් ද, F සිට I තෙක් අක්ෂර යෙදූ නිල් කාඩ්පත් 04 ක් ද ඇත. මෙම පෙට්ටි දෙකෙන් කාඩ් පත් 06 ක් පමණක් ලබාගනිමින් එකිනෙකට වෙනස් සංඥා සාදනු ලැබේ. පහත සඳහන් අවස්ථා සඳහා සෑදිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් සංඥා ගණන සොයන්න.

(i) කාඩ්පත් 6 ම B_1 පෙට්ටියෙන් වීම

(ii) නිල් කාඩ් පත් පමණක් වීම

(iii) එක් එක් පෙට්ටියෙන් කාඩ්පත් 3 බැගින් ගතයුතු අතර ඒවා රතු කාඩ්පත් 3 ක් හා නිල් කාඩ්පත් 3 ක් ද වීම.

(b) $r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r=\frac{1}{3^r}\left[\frac{r+1}{(2r-1)(2r+1)}\right]$ යයි ගනිමු. $r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r=V_r-V_{r+1}$ වන පරිදි V_r ශ්‍රිතය සොයන්න. $\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{1}{4}-\frac{1}{4(2n+1)3^n}$ එනයින් බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty}U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=n-10}^{n+5}U_r$ සොයන්න.

Ananda College Maths Section Exam Management Unit
22 A/L අපි [papers group]

13. (a) $A=\begin{pmatrix} a & -5 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, ගණය 2 x 2 වූ න්‍යාසයකි. $f(\lambda)=\lambda^2-2\lambda+2$ වේ. $f(A)=0$ නම් a හා b හි අගයන් සොයන්න. මෙහි $a<0$ හා $b>0$ වේ. තවද $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ හා $2C = AB^T + 4I$ නම් C න්‍යාසය සොයන්න.

C^{-1} පවතින බව පෙන්වා $C^{-1}AC^{-1} + B = PC^{-1}$ නම් P න්‍යාසය සොයන්න.

(b) Z_1, Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් නම් පහත සඳහන් ප්‍රකාශ ඔප්පු කරන්න.

(i) $Z_1\bar{Z}_1=|Z_1|^2$

(ii) $|Z_1 - Z_2|^2 = |Z_1|^2 + |Z_2|^2 - \mathrm{Re}(Z_1\bar{Z}_2)$ බව සාධනය කරන්න.

Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකෙහි $\left|\dfrac{\bar{Z}_1-2\bar{Z}_2}{2Z_1\bar{Z}_2}\right|=1$ හා $|Z_2|\neq 1$ නම් $|Z_1|=2$ බව පෙන්වන්න.

(c) සියළු ධන නිඛිල සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$Z\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^{17}}{(1-i)^{50}}$ නම් බව $\arg\,(Z)=\dfrac{4\pi}{3}$ පෙන්වන්න.

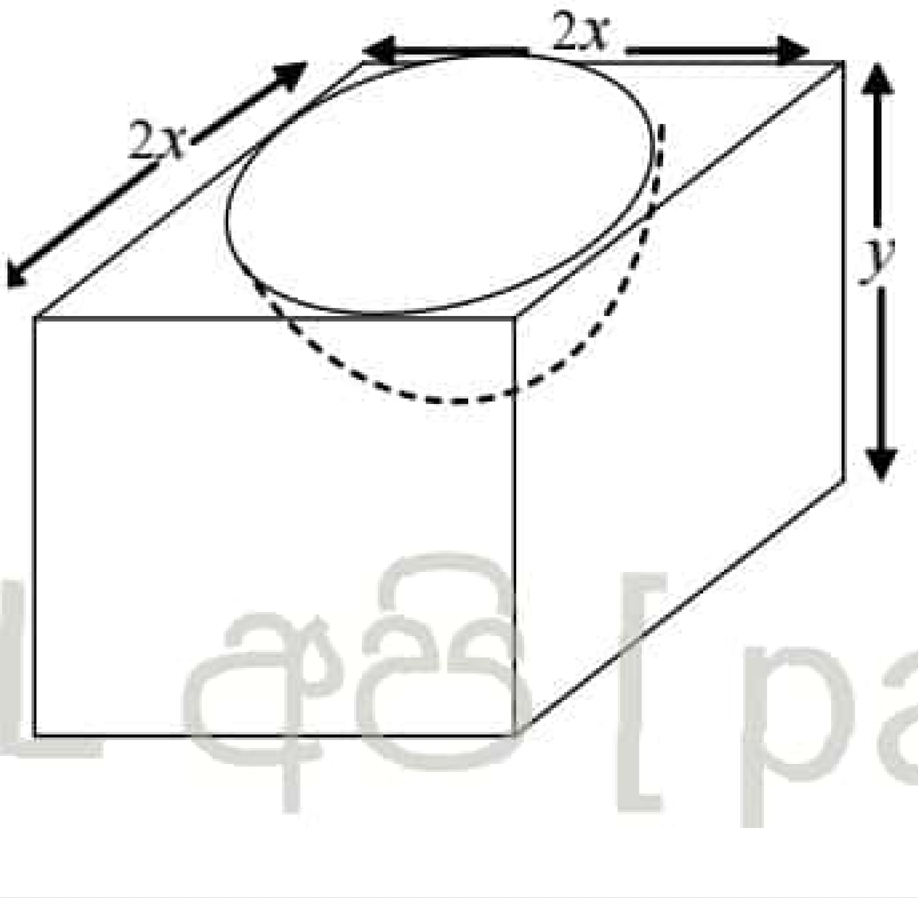
14. (a) $F(x)=\dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^3};x\neq 1$ ශ්‍රිතයේ x විෂයෙන් ව්‍යුත්පන්නය $F'(x)$ යන්න $F'(x)=\dfrac{-(x-2)(x-4)}{(x-1)^4}\,;x\neq 1$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. එමගින් ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ හා ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා දක්වමින් y = F (x) ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

x විෂයයෙන් දෙවැනි ව්‍යුත්පන්නය $F''(x)$ යන්න සොයන්න.

$F''(x)=\dfrac{k(x-a)(x-b)}{(x-1)^5}$ ආකාරයෙන් දක්වන්න.

එනයින් $(2,\infty)$ ප්‍රාන්තරය තුළදී ලැබිය හැකි නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක ඉහත දළ සටහනේ ලකුණු කරන්න.

(b) පැත්තක දිග මීටර 2x බැගින් වන සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත උස y වූ ඝනකාභයක මුදුන් පෘෂ්ඨය මත අරය x වූ අර්ධ ගෝලාකාර කුහරයක් හාරා ඉවත් කරන ලදී. ඉතිරිවන ඝන වස්තුවේ පරිමාව ඝන මීටර 72 වන පරිදි පවත්වා ගනිමින් සෑදිය හැකි එවැනි ඝන වස්තුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවම වන්නේ $x=\dfrac{6}{\sqrt[3]{7\pi+24}}$ මීටර වන විට බව පෙන්වන්න.



Ananda College Maths Section Exam Management Unit

22 A/L අපි [papers group]

15. (a) පහත දැක්වෙන සර්ව සාම්‍යයෙහි A, B හා C නියතයන්හි අගයන් සොයන්න.

$3x^5+4x^4+6x^3+18x^2+16 = Ax^3(x^2+2)+B(x^2+2)^2+B(x^2+2)^2+Cx^2$ එනයින්

$\dfrac{3x^5+4x^4+6x^3+18x^2+16}{x^2(x^2+2)}$ යන්න භින්න භාගවලින් ලියා $\int \dfrac{3x^5+4x^4+6x^3+18x^2+16}{x^2(x^2+2)}dx$ සොයන්න.

(b) $\dfrac{2\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x} = \sec\dfrac{x}{2} - \tan\dfrac{x}{2}\sec\dfrac{x}{2}$ බව පෙන්වා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්

$\displaystyle\int_0^{\pi/3} e^{\frac{-x}{2}} \dfrac{\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x}dx = 1-\dfrac{2}{\sqrt{3}}e^{\frac{-\pi}{6}}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\dfrac{d}{dx}(x^2\tan^{-1}x+\tan^{-1}x) = 2x\tan^{-1}x+1$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\displaystyle\int_0^1 (2x\tan^{-1}x+1)dx = \dfrac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

a නියතයක් වන $\displaystyle\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ ප්‍රතිඵලය සාධනය කර එනයින්

$\displaystyle\int_0^1 (2x-3)\tan^{-1}(1-x)dx$ හි අගය සොයන්න.

16. (a) (i) $a_1x+b_1y+c_1=0$ හා $a_2x+b_2y+c_2=0$ යන සරළ රේඛා දෙකෙහි කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ ලබාගන්න.

$S_1 = x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ වෘත්තය හා $S_2 = x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය වීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාව $2(g_1g_2+f_1f_2)=c_1+c_2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) කේන්ද්‍රය (1, -1) හා අරය ඒකක 2 ක් වන වෘත්තයක් හා $2x+3y+1=0$ රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂය හරහා ගමන් කරන වෘත්තයක් S මගින් නිරූපනය වේ. තව ද මෙම S වෘත්තය (0, 3) , (-2 , -1) ලක්ෂ යා කරන රේඛා ඛණ්ඩය විෂ්කම්භය ලෙස ඇති වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරයි නම් S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාවන් (0, 3) , (-2 , -1) ලක්ෂ දෙක යා කරන රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

(b) $2x(x-a)+y(2y-b)=0$ $(a \neq 0, b \neq 0)$ මගින් වෘත්තයක් නිරූපනය වේ යයි ගනිමු.

වෘත්තය මත පිහිටි $\left(a, \dfrac{b}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට අඳිනු ලබන ජ්‍යායන් 02 ක් එක එකක් x අක්ෂය මගින් සමච්ඡේදනය කිරීමට අවශ්‍යතාව $a^2 > 2b^2$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers gro
Ananda college Maths section Exam Management Unit

17. (a) සම්මත අංකනයෙන් ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය සාධනය කරන්න. එනයින් $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cos A$ බව පෙන්වන්න.

(i) $a^2 \sin 2B - b^2 \sin 2A = 2ab \sin (A - B)$

(ii) $C (a \cos B - b \cos A) = a^2 - b^2$ බව සාධනය කරන්න.

තවදුරටත් ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $a \cos A = b \cos B$ නම් ABC ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණි සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන බව පෙන්වන්න.

(b) සියළු තාත්වික x සඳහා $f(x) = 2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x = -1$ යන්න $R\cos(2x - \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කර $0 \leq x \leq \pi$ සඳහා $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. මෙහි α හා R යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. $0 \leq x \leq \pi$ තුළ විසඳුම් දෙකක් පමණක් තිබීමට $\left(\cos x + \sqrt{3}\sin x\right) = \frac{(k+1)}{2\cos x}$ සමීකරණයේ k සඳහා ගත හැකි අගය පරාසය ලියා දක්වන්න.

❖❖❖

Ananda College Maths Section Exam Management Unit

22 A/L අපි [papers group]

22 A/L අපි
papers group