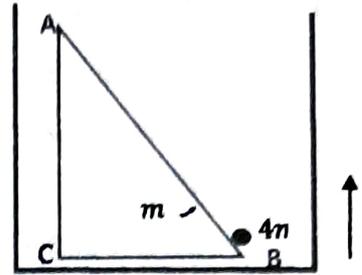


වැඩිතම බැවුම් රේඛාව ඔස්සේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, කුහල්කයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණය

මුහුණත ඔස්සේ ඉහළට $\frac{-250g}{183}$ බව පෙන්වන්න.

$v > \frac{50}{3} \sqrt{\frac{gh}{61}}$ වේ නම්, අංශුව නැවත ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය කරා

නොපැමිණෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි h යනු කුහල්කයේ උස වේ.



(b) අරය a වූ වෘත්තාකාර අවල සුමට වළල්ලක බාහිර පෘෂ්ඨය මත වළල්ලේ ඉහළම A ලක්ෂ්‍යයේ m ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් තබා ඇත. වළල්ලේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය මත එහි පහළම B ලක්ෂ්‍යයේ තවත් එවැනිම අංශුවක් තබා ඇත. A හි ඇති අංශුව සිරුවෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරින අතර B හි ඇති අංශුවට තිරස් u ප්‍රවේගයක් ලබා දෙනු ලැබේ. අංශු දෙකම වළල්ලේ එකම P ලක්ෂ්‍යයෙන් වළල්ලෙන් ඉවත් වේ නම්, එවිට

(i) OP අරය උඩු අත්සිරසට $\cos^{-1} \frac{2}{3}$ කෝණයකින් ආනත බවත්,

(ii) $u = 2\sqrt{ag}$ බවත් පෙන්වන්න.

13. සුමට තිරස් මේසයක් මත $AB = 7l, BC = 2l, CD = 3l$ හා $DE = l$ වන ආකාරයට A, B, C, D හා E නම් ලක්ෂ්‍ය පහක් සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි. ස්වාභාවික දිග $13l$ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් A හා E ලක්ෂ්‍ය සම්බන්ධ කෙරේ. ස්කන්ධය m වූ P නම් සුමට අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $9l$ දුරින් තන්තුව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකට සවි කෙරේ. P අංශුව AE දිගේ D ලක්ෂ්‍යයට ඇද නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ. P අංශුව, AE දිගේ A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට, $9l \leq x \leq 12l$ සඳහා, P අංශුවේ වලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\ddot{x} + \frac{\mu}{9ml}(x - 9l) = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය වේ. $y = x - 9l$ යැයි ලිවීමෙන්, $\ddot{y} + \frac{\mu}{9ml}y = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් A, B, ω නියත සොයන්න.

ඒ නමින්, P අංශුව $\frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{ml}{\mu}}$ කාලයකට පසුව $\sqrt{\frac{\mu l}{m}}$ ප්‍රවේගය සහිතව C ලක්ෂ්‍යය පසුකර යන බව

පෙන්වන්න. $7l \leq x \leq 9l$ සඳහා P අංශුවේ වලිත සමීකරණය $\ddot{y} + \frac{\mu}{4ml}y = 0$ ලෙස ලබාගත හැකි බව

පෙන්වන්න. $\dot{y}^2 = \frac{\mu}{4ml}(c^2 - y^2)$ භාවිතයෙන් මෙම වලිතයේ විස්තාරය සොයා, B ලක්ෂ්‍යය

කරා P අංශුව ළඟාවීම සඳහා ගතවන මුළු කාලය සොයන්න.

14. (a.) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද ලම්බ කේන්ද්‍රය H ද පරිකේන්ද්‍රය O ද කේන්ද්‍රය G ද වෙයි. දික් කළ BO ට ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය E හි දී හමු වෙයි. $AH = 2OD$ බව පෙන්වන්න. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A, B, C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් a, b, c වෙයි.

i. \overline{OG} දෛශික a, b, c ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

ii. $\overline{OH} = a + b + c$ බව පෙන්වන්න.

iii. O, H, G එක රේඛීය බව පෙන්වා \overline{OH} රේඛාව G ලක්ෂ්‍යයෙන් බෙදෙන අනුපාතය අපෝහනය කරන්න.

(b.) $ABCD$ යනු පැත්තක දිග am වූ සමචතුරස්‍රයකි. නිව්ටන් 1, 2, 3, 4, $P\sqrt{2}$ සහ $\lambda P\sqrt{2}$ වූ බල පිළිවෙලින් $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}$ සහ \overline{BD} ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. $P = 2$ නම්,

i. සම්ප්‍රයුක්තය BD සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

ii. AB හා AD පාද x සහ y අක්ෂ ලෙස ගෙන සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

iii. සම්ප්‍රයුක්තය A හරහා ගමන් කරයි නම්, λ සොයන්න.

iv. λ හි මෙම අගය සඳහා සම්ප්‍රයුක්තය සොයන්න.

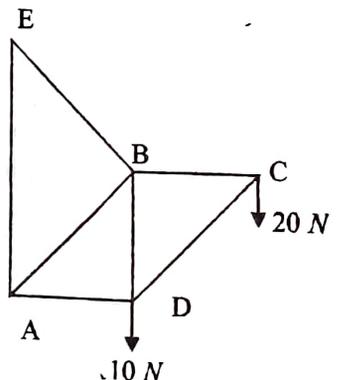
v. සම්ප්‍රයුක්තය B ලක්ෂ්‍යයට ගෙන ඒම සඳහා පද්ධතියට එකතු කළ යුතු යුග්මය සොයන්න.

15. (a.) එක් එක් දණ්ඩෙහි බර W ද දිග a ද වන එක සමාන ඒකාකාර දඩු හයක් $ABCDEF$ ඡඩ්‍රය සෑදෙන පරිදි සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබේ. ඒවා A ශීර්ෂයෙන් එල්ලා සවිධි ඡඩ්‍රයක හැඩයට තබා ඇත්තේ $\sqrt{3}a$ දිගැති PQ හා RS නම් සැහැල්ලු තිරස් දණ්ඩු දෙකක ආධාරයෙනි. මෙහි $BP = CR = ES = x$ වන පරිදි BC, EF මත ලක්ෂ්‍යයන්ට පිළිවෙලින් P, Q, R සහ S ලකුළුවල සුමට ලෙස අසව් කර තිබේ. PQ හා RS දඩු වල තෙරපුම් අතර අනුපාතය $1 : \lambda$ නම්,

$$x = \frac{a(1-5\lambda)}{6(1-\lambda)}$$

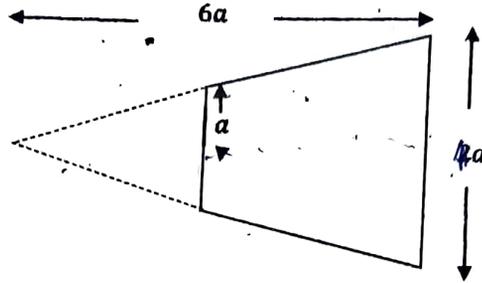
බව පෙන්වන්න. λ හි උපරිම අගය ආපෝහනය කරන්න.

(b.) රූපයේ දැක්වෙන්නේ අන්තචල දී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සැහැල්ලු දඩු හතකින් සමන්විත සිරස් තලයක පවතින රාමු සැකිල්ලකි. එය සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A හා E හි දී සිරස් බිත්තියකට සව් කිරීමෙනි. D හා C හි දී පිළිවෙලින් 10 N හා 20 N භාර එල්ලා ඇත. මෙහි $BC = BD = AD$ ද $DC = AB = BE$ ද වෙයි. AE දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ශුන්‍ය වෙයි නම්, බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප



සටහනක් ඇඳ, දඹුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න දක්වන්න. එතයින්, A හා E හි ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

16. උස h වන ඝන සෘජු වාත්ත කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින් පිටත බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි පතුලේ අරය $2a$ සහ උස $6a$ වන ඝන සෘජු කේතුවකින් පතුලේ අරය a සෘජු කේතුවක් කපා ඉවත් කර ජින්නකයක ආකාරයේ වස්තුවක් තනා ඇත. එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය විශාල තල මූණතේ සිට $\frac{33a}{28}$ දුරකින් වන බව පෙන්වන්න.

මෙම ජින්නකය කුඩා තල මූණතේ ගැටියේ ඇති ලක්ෂයකින් ජනකය තිරස්වන සේ එල්ලා, ගැටියේ පහත්ම ලක්ෂයට W භාරයක් ඇඳා සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. ජින්නකයේ බර w_1 වේ. වක්‍රපෘෂ්ඨය තිරස් වන පරිදි ජින්නකයේ තල මූණතේවල කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව තිරස් සමග $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)$ ක කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. තවද $125w_1 = 56w$ බව අපෝහනය කරන්න.

17. (a) නිමල්, සරත් සහ අනුර යන මිතුරන් තිදෙනා ආපන ශාලා තුනක් පමණක් ඇති නගරයක වසයි. තිදෙනා එකට මුණ ගැසීමට තීරණය කලද මුණ ගැසෙන ආපන ශාලාව පිළිබඳව එකඟවීමට අමතක කර ඇත. යම් අයකු කිසියම් ආපන ශාලාවක් තෝරා ගැනීමේ සිද්ධිය ස්වායත්ත වේ. නිමල් A ආපන ශාලාව තෝරා ගැනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{9}$ කි. B හා C ආපන ශාලා තෝරා ගැනීමේ සම්භාවිතාව සමාන වේ. සරත් B ආපන ශාලාව තෝරා ගැනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{7}$ වන අතර A හා C ආපන ශාලා තෝරා ගැනීමේ සමාන සම්භාවිතා ඇත. අනුර A, B හෝ C යන ඕනෑම ආපන ශාලාවක් සමාන සමාන සම්භාවිතාවකින් තෝරා ගනී.

- (i) මිතුරන් තිදෙනා A ආපන ශාලාවේ හමුවීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{63}$ බවද
- (ii) මිතුරන් තිදෙනාගෙන් උපරිම වශයෙන් දෙදෙනෙක් එක් ආපන ශාලාවක හමුවීමේ සම්භාවිතාව $\frac{166}{189}$ බවද පෙන්වන්න.

(b) ගැහැණු ළමුන් 80 දෙනෙකුගේ උස x cm පිළිබඳ විස්තර පහත සමීකරණ මගින් සාරාංශ ගත කර ඇත.

$$\sum_{i=1}^{80}(x - 160) = 240 \quad \text{ද} \quad \sum_{i=1}^{80}(x - 160)^2 = 8720 \quad \text{ද} \quad \text{වේ.}$$

(i) මෙම සිසුන් 80 දෙනාගේ මධ්‍යන්‍යය උස හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(ii) මෙම සිසුන් සමූහයට උස 159, 160, 164, 165, 167 වන තවත් ළමුන් පස් දෙනෙකු එක් කළ විටද මධ්‍යන්‍යය වෙනස් නොවන බව පෙන්වන්න. තවද පිරිමි ළමුන් 120 දෙනෙකුගේ උස y cm පිළිබඳ විස්තර පහත සමීකරණ මගින් සාරාංශ ගත කර ඇත.

$$\sum_{i=1}^{120}(y - 170) = 360 \quad \text{ක්} \quad \text{වේ.}$$

ගැහැණු ළමුන් හා පිරිමි ළමුන් සියල්ල එකට ගත් විට නව මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.