මහානාම විද්‍යාලය
කොළඹ 03

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය , 2021
13 ශ්‍රේණිය -අවසාන වාර පරීක්ෂණය , 2021 දෙසැම්බර්

සංයුක්ත ගණිතය II

10	S	11

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි

නම :

පන්තිය:

උපදෙස් :

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ .
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 – 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 – 17)
- A කොටස :
  සියලු ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
- B කොටස :
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න . අමතර පිළිතුරු ඔබේ කඩදාසිවල ලියන්න ,
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය , B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න .

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

(10) සංයුක්ත ගණිතය		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

Scanned with CamScanner

1. සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධ $2m$ හා $3m$ වූ ගෝල දෙකක් එකිනෙකා දෙසට $3u$ හා u ප්‍රවේගවලින් චලනය වෙමින් සරලව ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු චාලක ශක්ති හානිය $9mu^2$ ලෙස දී ඇත්නම් ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e = \frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න

2. තිරසට θ කෝණයකින් හා u ප්‍රක්ෂේපන ප්‍රවේගයකින් පොළොව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට ප්‍රක්ෂේප කරන ලද වස්තුවක් t කාලයකට පසුව ප්‍රක්ෂේපන ප්‍රවේගයේ දිශාව ආරම්භක දිශාව සමග 90° ක කෝණයක් සාදයි නම් $t = \frac{u}{g \sin \theta}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

5. $\underline{p} = 2\underline{i} + 3\underline{j}$ හා $\underline{q} = \underline{i} + \underline{j}$. ලෙස දී ඇත. $\underline{p} + \alpha\underline{q}$ දෛශිකය $(-2\underline{i} - \underline{j})$ දෛශිකයට සමාන්තර නම් α සොයන්න. $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ කාටීසියානු අක්ෂ පද්ධතියේ පිළිවෙලින් x හා y අක්ෂ දිගේ වූ ඒකක දෛශික වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. දිග $2a$ වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් තිරසට 30° සහ 60° බැගින් ආනත වූ සුමට ආනත තල දෙකක් අතර රඳවා තිබේ. ආනත තල දෙක එකිනෙකට ලම්බ නම්, තිරසට දණ්ඩේ ආනතිය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

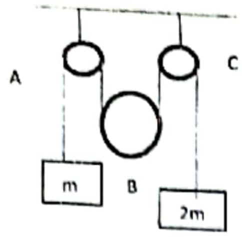
Scanned with CamScanner

3. තිරස් බිමක සිට $4a$ උසකින් සවිකර ඇති සුමට අචල කප්පියක් මතින් යවා ඇති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙලවරට පිළිවලින් ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙකක් සම්බන්ධකර ඇත. P අංශුව තිරස් බිම මත තබා තන්තුව ඇදී ඇති විට පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට සිරුවෙන් අතහරියි. අංශු දෙකම සම මට්ටමේ ඇති විට ඒවායේ ප්‍රවේග සොයන්න.

4. සමතල පාරක ගමන් කරන ස්කන්ධය M වූ ලොරියක් උපරිම වේගය වන V ගෙන් යනවිට ප්‍රකර්ශන බලය F වේ. තිරසට α ආනත මාර්ගයක ඉහළට එකම ක්ෂමතාවයෙන් ගමන් කරන විට උපරිම ප්‍රවේගය $\frac{V}{4}$ වේ. මාර්ග දෙකේදීම ප්‍රතිරෝධී බලය නොවෙනස්ව පැවතුනි නම් $F = \frac{Mg\sin\alpha}{3}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

7.



A හා C සුමට අචල කප්පි වන අතර B යනු ස්කන්ධය m වූ සුමට සචල කප්පියකි. P හා Q යනු පිළිවෙලින් m හා $2m$ ස්කන්ධ සහිත අංශු දෙකකි. ඒවා රූපයේ පරිදි සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙලවරට සම්බන්ධකර ඇතිවිට තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න

8. දිග 2a ද බර w ද වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක A කෙළවර රළු තිරස් තලයක් ස්පර්ශව ද B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශව ද සීමාකාරීව සමතුලිතව ඇත්තේ තිරසට α කෝණයකින් ආනතව වේ. බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයේ දණ්ඩ ඇත. ස්පර්ශ ලක්ෂයේ ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් $tan\alpha = \frac{1}{2\mu}$ බව පෙන්වන්න. ස්පර්ශ ලක්ෂයන්ගේ ප්‍රතික්‍රියා ද සොයන්න.

9. A හා B යනු සසම්භාවී සිද්ධි දෙකකි. $P(A \cap B') = 0.20$, $P(A' \cap B) = 0.15$, $P(A \cap B) = 0.10$ ලෙස දී ඇත්නම්, A', B' යනු පිළිවෙලින් A හා B හි අනුපූරක වේ. $P(A \cup B) = 0.45$ හා $P(B/A) = \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

10. ඉලක්කයට ඊ හිසෙන් විදීමේ ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන ලමුන් සඳහා සමාන කොටස් පහකට බෙදා 1,2,3,4 හා 5 ලෙස නම් කර ඇත. එක් එක් කොටසේ ඊ තිස වැදීම් සඳහා සංඛ්‍යාත වගුවේ දක්වා ඇත. මෙහි p හා q නිඛිලයකි.

ලකුණ	1	2	3	4	5
සංඛ්‍යාතය	1	p	q	5	2

දත්තවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙලින් 3 හා $\frac{6}{5}$ නම් p හා q හි අගයන් සොයන්න.

Scanned with CamScanner

iii. u හි අගය සොයන්න.

iv. CND පථය තුළ ඇතිවිට අංශුව උද්ග්‍රිරය සමග θ කෝණයක් සාදයි නම් එවිට අංශුවේ ප්‍රවේගය හා අංශුව මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

v. D තෙක් වළල්ලේ සිරවී එම වේගය කුමක්ද ?

vi. අංශුව තිරස්තලයේ වදින ස්ථානය A වල සිට ඇති දුර සොයන්න.

13. ස්වභාවික දිග l හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ඈඳා ඇත. අනෙක් කෙළවර O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. අංශුව O සිට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට $OA = l$ වන පරිදි අල්ලා තබා නිදහසේ වැටීමට සලස්වනු ලැබේ. අංශුව O සිට $3l$ ගැඹුරක් පහළට ගමන් කරන බව ශක්ති සංස්ථිති නියමය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න. තවද අංශුව $\sqrt{\frac{6l}{g}}$ කාලයක් ගුරුත්ව යටතේ ගමන් කර ඇති බව පෙන්වන්න. ඇදී ඇති දුර x විට , අංශුව $\ddot{x} + \frac{2g}{l}\left(x - \frac{l}{2}\right) = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. මෙහි කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය ලියන්න. පහළම ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වීමට අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{2g}}\left[4\sqrt{3} + \pi + 2\sin^{-1}\frac{1}{3}\right]$ බව පෙන්වන්න.

14. (a). P හා Q යනු $\overline{OP} = \underline{p}$ හා $\overline{OQ} = \underline{q}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. R යනු OP හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. X යනු OQ මත පිහිටි OX : XQ = 3 : 1 වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යයක් හා Y යනු PY : YX = 4 : 1 වන පරිදි PX මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි.

i. $\overline{OR}, \overline{OX}, \overline{OY}$, $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ ඇසුරින් ලියන්න.

ii. $\overline{QY} = \frac{1}{5}(\underline{p} - 2\underline{q})$

iii. Q, Y, R ඒකරේඛීය බව පෙන්වා QY : YR අනුපාතය සොයන්න.

(b). ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයක දිග 2m වේ. M යනු BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. නිව්ටන් 6 ,10 , 6 , $4\sqrt{3}$ යන බල පිළිවෙලින් $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AM}$ පාද දිශාවේ ක්‍රියාකරයි.

I. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

II. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව BC පාදය හමුවන ලක්ෂ්‍යයට B සිට ඇති දුර සොයන්න.

III. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය C හරහා යන සේ කිරීමට එකතුකළ යුතු බල යුග්මයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

Scanned with CamScanner

මහානාම විද්‍යාලය

කොළඹ 03

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය , 2021

13 ශ්‍රේණිය - අවසාන වාර පරීක්ෂණය ,2021 දෙසැම්බර්

සංයුක්ත ගණිතය II	10	S	11

B කොටස

11. (a) P වාහනය නිශ්චලතාවයේ සිට සරල රේඛීය මාර්ගයක් දිගේ a ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරයි. තවත් Q වාහනයක් t කාලයකට පසුව P වාහනය ගමන්කළ දිශාවටම $\frac{3a}{2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් u ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් එම මාර්ගය දිගේ ම ගමන් කරයි. P , Q වාහන දෙක ම එකම වේලාවකදී ඒවායේ උපරිම ප්‍රවේග ලබා ගනී. එම උපරිම ප්‍රවේග දෙකම එකම වේ. ඉන්පසු පිළිවෙලින් a හා $2a$ ඒකාකාර මන්දන යටතේ P හා Q වාහන දෙක නිශ්චලතාවයට පත්වේ. ඉහත P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර එකම රූපසටහනක අඳින්න. එමගින්

   i. P හා Q වාහන ලබාගත් උපරිම ප්‍රවේගය $3at - 2u$ බව පෙන්වන්න.

   ii. වාහන දෙකේ ගමන්වල කාල අන්තරය $\frac{5t}{2} - \frac{u}{a}$ බව පෙන්වන්න.

   iii. P හා Q ගමන්කළ දුරවල් සොයන්න.

(b) සරල සමාන්තර ඉවුරු දෙකක් අතර ඒකාකාර වේගයෙන් ගඟක් ගලා බසී. A යනු එක ඉවුරක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. Bයනු අනෙක් ඉවුර මත A ට වඩා ගඟේ පහළ දෙසින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. AB = d වේ. ගං ඉවුරු සමග ABසාදන කෝණය α වේ. නිසල ජලයේ $v\ (< u)$ වේගයෙන් පිහිනිය හැකි මිනිසෙක් B හිදී අනෙක් ඉවුර වෙත ළඟාවීමේ අපේක්ෂාවෙන් A හි සිට පිටත්ව අචල දිශාවක් ඔස්සේ පිහිනයි. අපේක්ෂිත ආකාරයට යාමට හැකිවන්නේ $v > u\sin\alpha$ නම් පමණක් බව පෙන්වන්න. $v = u\sin\alpha$ නම් අපේක්ෂිත ගමන් සඳහා ජලයට සාපේක්ෂව පිහිනිය යුතු දිශාවත් , එයට අනුරූපව ගඟෙන් එතෙර වීමට ගතවන කාලයත් සොයන්න.

12. (a) තිරසට α ආනතියක් සහිත සුමට ආනත තලයක් මත ස්කන්ධය M සහ කෝණය α වූ සුමට කුඤ්ඤයක් තබා ඇත්තේ එහි ඉහල මුහුණත තිරස්ව පිහිටවන සේය. කුඤ්ඤයේ තිරස් මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා , පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරින ලද විට කුඤ්ඤයේ හා අංශුවේ ත්වරණ සොයන්න.

(b) AOP යනු සිරස් බිත්තියකි. C යනු බිත්තියේ ඉහළ කෙළවර වේ. AMB හා CND යනු අරය පිළිවලින් $4a$ හා a වූ රූපයේ ආකාරයට සවිකරන ලද සුමට වෘත්තාකාර නල දෙකකි. O හා P යනු පිළිවලින් AMB හා CND හි කේන්ද්‍ර වේ. $PB = 2\sqrt{3}a$ වේ. P හා B එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටයි. සිරස් බිත්තියේ සිට $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ දුරකින් D පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුව A හි තබා u තිරස් ප්‍රවේගයක් දුන් විට B ගෙන් එළියට ගොස් නැවත තිරස්ව C ගෙන් CND නලයට ඇතුළුවී D ගෙන් එළියට විත් බිත්තියේ වදී.

   i. B ගෙන් එළියට පිටවන වේගය $2\sqrt{\frac{2ag}{3}}$ බව පෙන්වන්න.

   ii. AMB නලය තුල අංශුව යටිසිරස සමග Θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ වේගය සොයන්න. තවද P අංශුව මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

Scanned with CamScanner

17. (a) සංගහනයක n_1 ප්‍රමාණයක් සහිත ද n_2 ප්‍රමාණයක් ඇතුළත් ද අඩංගු වෙයි. පළමුවැන්නේ උපසෙහි මධ්‍යන්‍යය μ_1 ද දෙවැන්නේ උපසෙහි මධ්‍යන්‍යය μ_2 ද නම විචලතාව σ_1^2 සහ σ_2^2 නම් මුළු අනුගහනයේ මධ්‍යන්‍යය උස $w_1\mu_1 + w_2\mu_2$ සහ විචලතාව $w_1\sigma_1^2 + w_2\sigma_2^2 + w_1w_2(\mu_1 - \mu_2)^2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $w_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$ සහ $w_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$ වේ.

ළමයි 20 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමක ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 40 ද සම්මත අපගමනය 5 ද වේ. ගණනයේදී 15 ක ලකුණ 50 ලෙස වැරදියට ගණනය කර ඇත. නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න. ළමයි 30 දෙනෙකුගෙන් යුත් වෙනත් කණ්ඩායමක ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 40.25 සහ 8 නම් ළමයි 50 දෙනාම සහිත කණ්ඩායමේ මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(b) පෙට්ටියක කාසි 10 ක් ඇත. ඉන් 2 ක් නොනැඹුරුය. 3 ක දෙපැත්තේම අගය ඇත. කාසි 5 කින් හිස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{5}$ කි. අහඹු ලෙස පෙට්ටියෙන් කාසියක් ගෙන උඩ දැමූ විට

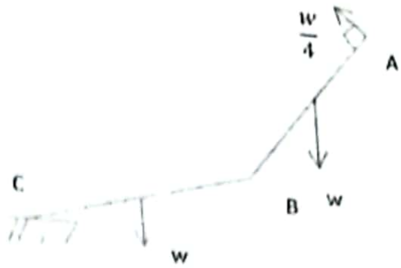
I. හිස ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

II. හිස වැටෙන බව දී ඇතිවිට එය නොනැඹුරු කාසියකින් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

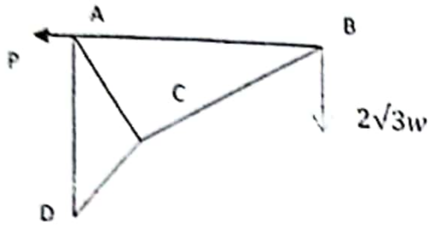
Scanned with CamScanner

15. (a) දිග 2a හා බර W වූ සමාන ඒකාකාර AB , BC දඬු දෙකක් B හිදී සුමටව සන්ධිකර ඇත. C හිදී පොළොව මත ගැටෙමින් A හිදී AB ට ලම්බව W/4 බලයක් දීමෙන් පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත.

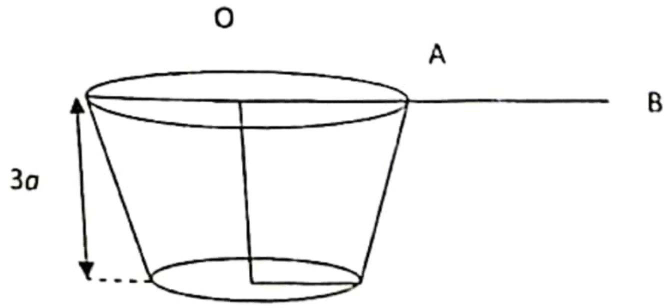
i. දඬු තිරස සමග සාදන කෝණ සොයන්න.
ii. B හිදී ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.



(b) AB , BC , CD , DA හා AC යන දඬු පහක් සුමටව ගටවා රූපයේ දැක්වෙන රාමුසැකිල්ල සාදා ඇත. $A\hat{B}C = A\hat{D}C = D\hat{A}C = 30^\circ$ සහ $B\hat{A}C = 60^\circ$ වේ. සැකිල්ල D හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර B හිදී තිබූවන් $2\sqrt{3}w$ භාරයක් දරයි. AB තිරස් වන පරිදි සැකිල්ල සිරස් තලයක තබා ඇත්තේ A හිදී වූ තිබූවන් P තිරස් බලයක් මගිනි. P හි අගය සොයන්න. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් ඇඳ දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න දක්වමින් ප්‍රත්‍යාබල සොයා D හිදී ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.



16. අනුකලනය මගින් එකිනෙකට $3a$ දුරින් වූ අරය a හා $5a$ වෘත්තාකාර ගැට් දෙකකින් යුත් ඒකාකාර වූ කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ඡින්නකයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කුඩා ගැටියේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{11a}{6}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.
ඉහත ඡින්නකය සදා ඇති ද්‍රව්‍යයේ පෘෂ්ඨික ඝනත්වයට සමාන σ පෘෂ්ඨික ඝනත්වයක් ඇති අරය a වූ තුනී ඒකාකාර තැටියක් ඉහත ඡින්නකයේ කුඩා ගැටියට පෑස්සීමෙන් ද දිග $4a$ හා රේඛීය ඝනත්වය ρ වූ තුනී ඒකාකාර දණ්ඩක් ඡින්නකයේ ලොකු ගැටියට
O,A ,B ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය වන පරිදි රූපයේ දැක්වෙන අයුරින් පෑස්සීමෙන් සාස්පානක් සාදා ඇත. සාස්පානයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න. $k < \frac{31}{24}$ නම් තිරස් මේසයක් මත ස්වකීය පතුල ස්පර්ශ වන පරිදි තැබූ විට සාස්පාන සමතුලිතව පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $k = \frac{\sigma}{\pi a \rho}$ වේ.
$k = 1$ බව දී ඇති විට සාස්පාන B කෙළවරින් නිදහසේ එල්ලා ඇතිවිට BA යටිඅත් සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.



Scanned with CamScanner