



උසස් බාලිකා විද්‍යාලය මහනුවර - Girls' High School - Kandy

පෙරහුරු පරීක්ෂණය- 2021

සංයුක්ත ගණිතය II

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි.

.....විභාග අංකය

උපදෙස් :-

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කෙටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.

A කොටස (ප්‍රශ්න 1 – 10) , **B** (ප්‍රශ්න 11 – 17)

* **A** කොටස

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.

* **B** කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටස හ **B** කොටස උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා භාර දෙන්න.

* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකයාගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(සංයුක්ත ගණිතය I)		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

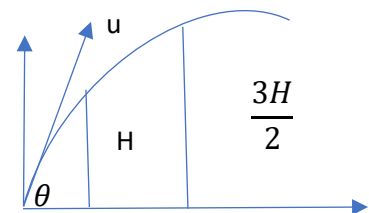
A කොටස

1 ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2 m හා 3 m වූ අංශු දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත පිළිවෙලින් 3 u හා u වේගවලින් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වෙමින් තිබියදී සරල ලෙස ගැටෙයි. අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{4}$ නම් ගැටුමෙන් පසු A හා B අංශු වල ප්‍රවේග සොයන්න.

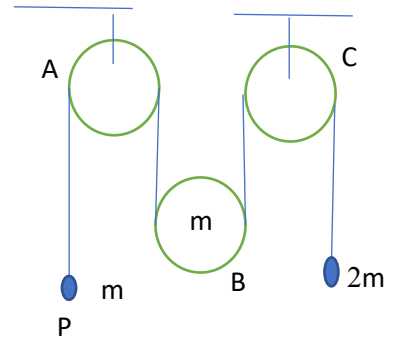
ගැටුම නිසා සිදුවන වාලක ශක්ති හානිය $9mu^2$ බව ද පෙන්වන්න.

2 තිරස් ගෙබිමක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් තිරසර θ කෝණයකින් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. අංශුව T කාලයකට පසුව H උස වූ තාප්පයක් උඩින් යන්නමින් යයි. අංශුව 2T කාලයකට පසුව $\frac{3H}{2}$ උස වූ තාප්පයක් උඩින් යන්නමින් යයි නම්

$$T = \frac{2u}{5g} \sin \theta \text{ බව පෙන්වන්න.}$$



- 3 රූපයේ පෙන්වා ඇති කප්පි පද්ධතියේ සුමට සවල B කප්පියෙහි ස්කන්ධය m ද, අවල සුමට කප්පි වන A හා C මතින් යන සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක දෙකෙලවරේ සම්බන්ධිත P හා Q අංශු දෙකේ ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා $2m$ වෙයි. පද්ධතිය නිෂ්චලතාවයෙන් මුදා හල විට P, Q අංශු වල ද B කප්පියේ ද ත්වරණ හා, තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 4 ස්කන්ධය $M \text{ kg}$ වන කාරයක් නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් තිරස් සෘජු මාර්ගයක නියත V වේගයෙන් ධාවනය වන විට එහි එන්ජිමේ ප්‍රකර්ශන බලය F වේ. කාරය එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් තිරසට α ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ඉහළට $V/3$ නියත වේගයෙන් ධාවනය වේ. කාරයේ චලිත අවස්ථා දෙකේදී ම එහි චලිතයට නියත ප්‍රතිරෝධ සමාන නම්, ආනත මහෙහි චලිතයේ දී එන්ජිමේ ප්‍රකර්ෂණ බලය $3F$ බව පෙන්වා, $F = \frac{Mg}{2} \sin \alpha$ විය යුතු බව පෙන්වන්න

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

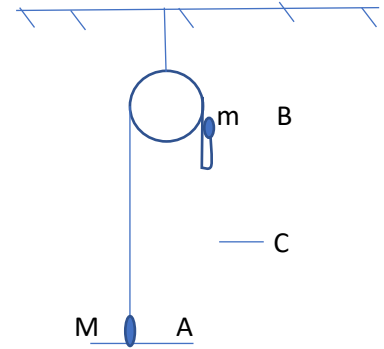
.....

.....

.....

.....

5. අවල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක් දෙකෙලවරට ස්කන්ධ M හා m වූ (පිළිවෙලින්) A හා B අංශු දෙකක් ඇඳා රූපයේ ආකාරයට A අංශුව තිරස් මේසයක් මත පිහිටන පරිදි තබා B අංශුව කප්පිය මට්ටම ඔසවා ගුරුත්වය යටතේ සිරස්ව නිශ්චලතාවේ සිට වැටෙන්නට සලස්වයි. B අංශුව C වෙත පැමිණ තන්තුව තද වීමට මොහොතකට පෙර, එහි වේගය v වන අංශුව $A \left(\frac{m}{M+m} \right) v$ වේගයෙන් ඉහළට නැඟීම සිදු වන බව පෙන්වන්න. තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය සොයන්න.

[illegible]

6. $\underline{a}$ $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ දෛශික තුනක් යැයිද $|\underline{a}| = 2$, $|\underline{b}| = 3$, හා $|\underline{c}| = 4$ යැයිද ගනිමු. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික අතර කෝණය $\tan^{-1}(\sqrt{35})$ වන අතර $\alpha \in \mathbb{R}$ හා $\alpha > 0$ වන $2\underline{b} = \alpha \underline{c} + \underline{a}$ වන පරිදි වේ. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර අදිශ ගුණිතය $(\underline{a} \cdot \underline{b})$ සොයන්න. α ඇසුරින් $(\underline{b} \cdot \underline{c})$ ලබා ගෙන $|2\underline{b} - \alpha \underline{c}|^2 = 4$ භාවිතයෙන් α හි අගය සොයන්න.

[illegible]

9. A හා B යනු S නියැදි අවකාශයක ස්වයන්ත සිද්ධි දෙකක් නම් ද , $P(A' \cap B) = \frac{1}{15}$ සහ

$P(A \cap B') = 8/15$ නම් ද, $P(A)$ හා $P(B)$ සොයන්න. මෙහි A' හා B' යනු පිළිවෙලින් A හා B සිද්ධිවල අනුපූරක සිද්ධීන් වේ.

[illegible]

10. එක එකක් 5 ට අඩු ධන නිඛිල පහකට මාතයන් දෙකක් ඇති අතර, ඉන් එකක් 3 වෙයි. ඒවායේ මධ්‍යන්‍යය හා මධ්‍යස්ථය යන දෙකම 3 ට සමාන වෙයි. මෙම නිඛිල පහ සොයන්න.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

B කොටස

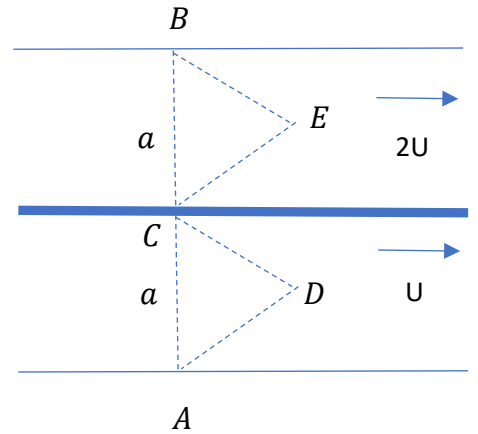
11. (a) T_1 හා T_2 නම් දුම්පිය දෙකක් A දුම්පිය ස්ථානයෙන් කාලය $t = 0$ දී නිශ්ලක්ෂවයේ සිට සමාන්තර ධාවන පථ මත ගමන් අරඹයි. තත්පර 240 කට පසුව දුම්පිය දෙකම B නම් ඊළඟ දුම්පිය ස්ථානයේ නතර කරයි. T_1 දුම්පිය සිය චලිතයේ පළමු තත්පර 40 දී නියත $\frac{9}{10}ms^{-2}$ ත්වරණයෙන් ගමන් කර තත්පර 160 ක් නියත වේගයෙන් ගමන් කරයි. ඊළඟට එය නියත මන්දනයෙන් චලනය වේ. T_2 දුම්පිය තත්පර 120 ක් නියත ත්වරණයෙන් ගමන් කර ඊළඟ තත්පර 120 ඒකාකාර මන්දනයෙන් චලිත වෙයි. දුම්පිය දෙකේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහනක් එකම සටහනක අඳින්න.

- (i) පළමු තත්පර 120 දී T_2 දුම්පියේ ත්වරණය සොයන්න.
 (ii) T_1 හා T_2 දුම්පියන් එකම ප්‍රවේග සහිතව ගමන් කළ මොහොතේ කාල නිර්ණය කරන්න.
 (iii) පළමු තත්පර 40 තුළදී T_2 දුම්පිය ට සාපේක්ෂව T_1 දුම්පියේ ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න

එනමින්, T_2 දුම්පිය ට වඩා T_1 දුම්පිය එම කාලයේ දී කොතරම් දුරක් ඉදිරියෙන් ඇති දැයි සොයන්න.

(b)

යාබද රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමාන්තර ඉවුරු සහිත එක එකක පළල a වන CF මඟින් දැක්වෙන බැම්මෙන් වෙන්වන U නියත වේගයෙන් සහ $2U$ වේගයෙන් ජලය පරිවහනය කරන ඇළ මාර්ග දෙකකි. ACB රේඛාව ගත ගලන දිශාවට ලම්භක වන අතර BCE හා ACD සමපාද ත්‍රිකෝණ වන පරිදි වේ. ජලයට සාපේක්ෂව $V(>U)$ නියත වේගයෙන් පිහිනිය හැකි B_1 ළමයකු A සිට D වෙත පිහිණා එතැන් සිට C ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වේ. ජලයට සාපේක්ෂව $2V$ වේගයෙන් පිහිනිය හැකි B_2 ළමයා, B_1 පිහිණීම අරඹන මොහොතේම පිහිණීම අරඹා B සිට E වෙතට පිහිනා C වෙතට එයි. A සිට C තෙක් පිහිනීමට B_1 ගත් කාලය T_1 ද, B සිට C තෙක් B_2 ගත් කාලය T_2 ද යැයි ගනිමු.



B_1 ගේ $\overline{AD}$ චලිතය හා $\overline{DC}$ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහනක් එකම සටහනක අඳින්න.

එනමින්, A සිට D දක්වා $\frac{1}{2}(\sqrt{4V^2 - U^2} + \sqrt{3}U)$ නියත වේගයෙන් B_1 පිහිනන බව පෙන්වන්න.

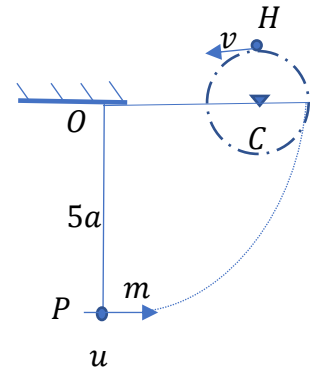
D සිට C තෙක් ඔහු පිහිනන නියත වේගය සොයන්න. B_2 ළමයා $\overline{BE}$ ගමනේදී හා $\overline{EC}$ ගමනේදී ඔහුගේ වේග ලියා දක්වන්න.

$$T_1 = \frac{a\sqrt{4V^2 - U^2}}{V^2 - U^2} \text{ බව පෙන්වා,}$$

$T_2 : T_1 = 1:2$ බව අපෝහණය කරන්න.

(12). (a).

ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් සැහැල්ලු අවිනාශ තත්ත්වයක එක් කෙළවරක් ගැට ගසා, එහි අනෙක් කෙළවර සිව්ලිමක O අවල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර අංශුවට පහලින් නිදහසේ ඵල්ලෙමින් සමතුලිතතාවයේ පවතී. P මත u ආරම්භක තිරස් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. OP තිරස් වන මොහොතේ $OC = 4a$ වන පරිදි වූ C හි පිහිටි සුමට නා දැත්තක තත්ත්ව ස්පර්ශ වී, එතැන් සිට P අංශුව අරය a වන නව සිරස් වෘත්ත චලිතයක් අරඹයි.



නව වෘත්ත චලිතයේ H ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ වෙයි. H හිදී අංශුවේ ප්‍රවේගය v නම්

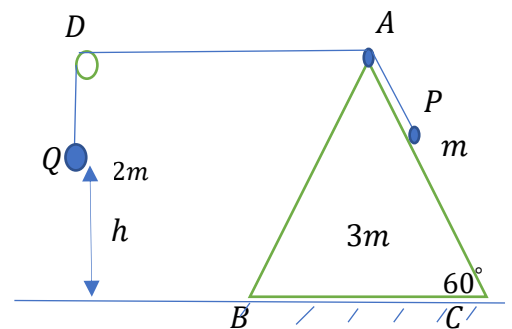
$$v^2 = u^2 - 12ag \text{ බව පෙන්වන්න}$$

P අංශුව C වටා පූර්ණ වෘත්ත චලිතයේ යෙදේ නම්, නව වෘත්ත චලිතයේ සුදුසු ලක්ෂ්‍යයක දී

තත්ත්වේ ආතතිය සොයා එ නයින් $u > \sqrt{13ga}$ බව ද පෙන්වන්න.

(b)

රූපයේ දැක්වෙන අයුරින් යනු ස්කන්ධය $3m$ වන සුමට ඒකාකාර කුඳ්ඳයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩක් වන අතර $\angle ACB = \frac{\pi}{3}$ වේ. එහි මූණත සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. AC යනු අදාළ මූණත් මත වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව වේ. D යනු තලය අඩංගු තලයෙහි වූ අවල ලක්ෂ්‍යයකි. AD තිරස් වන අතර P හා Q යනු පිළිවෙලින් ස්කන්ධ m හා $2m$ වන අංශු දෙකකි. P හා Q අංශු A හා D හිදී සවිකල කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් මගින් යන සැහැල්ලු අවිනාශ තත්ත්වයක දෙකෙළවරට ඇදා P අංශුව AC මූණත මත තබා Q අංශුව BC තිරසර h උසින් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. Q අංශුවේ පොළවට සාපේක්ෂව DQ දෙසට ත්වරණය $2f$, P අංශුව CB දෙසට f ත්වරණයෙන්ද චලනය වේ.



පොළොවට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණය f ඇසුරෙන් සොයන්න.

Q අංශුව මේසය ස්පර්ශ වීමට ගන්නා කාලය $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{17h}{g}}$ බවද එවිට කුඳ්ඳයේ ප්‍රවේගය $2\sqrt{\frac{gh}{17}}$ මගින් දෙන බව ද පෙන්වන්න.

(13). ස්වාභාවික දිග a වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවකින් ස්කන්ධය m වන අංශුවක් අවල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර එම ලක්ෂ්‍යයෙහි නිසලව තබා ගුරුත්ව යටතේ නිදහසේ වැටීමට සලස්වනු ලැබේ. අංශුව එහි පහතම පිහිටීමට ළඟා වන විට තන්තුවේ දිග $2a$ වෙයි.

ශක්ති සංස්ථිතී මූලධර්මය භාවිතයෙන්, තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය 4 mg බව පෙන්වන්න. තන්තුව ඇදී පවතින අවස්ථාවේ එහි විතනිය වන x යන්න, $\ddot{x} + \frac{4g}{a}\left(x - \frac{a}{4}\right) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය සොයන්න.

අංශුව O ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණීමට ගත වන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}} \left(2\sqrt{2} + \pi \cos^{-1} \frac{1}{3}\right)$ බව ද පෙන්වන්න.

(14). (a) ABCD යනු පැත්තක දිග 7 cm වන සමචතුරස්‍රයකි. $AP=BQ=CR=DS=3 \text{ cm}$ වන පරිදි AB, BC, CD, සහ DA පාද මත පිළිවෙලින් P, Q, R සහ S ලක්ෂ්‍යය ගෙන ඇත.

නිව්ටන් 2,3,4 සහ 5 බල අක්ෂරවල අනුපිළිවෙලට වූ දිශාවලට පිළිවෙලින් PQ, QR, RS සහ SP පාද ඔස්සේ බල හතරක් ක්‍රියා කරයි. බල හතරේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව ද එය AB කපන ලක්ෂ්‍යය ද (අවශ්‍ය නම් දික්කරන ලද) සොයන්න

ඉහත බල හතර සමචතුරස්‍ර කේන්ද්‍රය ඔස්සේ ක්‍රියා කරන තනි බලයකින් සහ බල යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ යුතුවේ. එම තනි බලයේ විශාලත්වයද, යුග්මය ද සොයන්න.

(b). ABCD යනු $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ වන පරිදි වූ ත්‍රිපිසියමකි. $\overrightarrow{AB} = a$ ද, $\overrightarrow{AD} = b$ ද යැයි ගනිමු.

$\lambda > 1$ වන E යනු BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක්ද $\overrightarrow{BC} = \lambda \overrightarrow{BE}$ වන පරිදි ද වේ. F යනු AE සහ BD හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වේ. $0 < \mu < 1$ වන අයුරින් $\overrightarrow{BF} = \mu \overrightarrow{BD}$ වේ. $\overrightarrow{AE} = \frac{3\lambda-2}{3\lambda} a + \frac{1}{\lambda} b$ බව පෙන්වන්න.

a, b හා μ ඇසුරින් $\overrightarrow{AF}$ ප්‍රකාශ කරන්න. A, E හා F එකරේඛය බව උපයෝගී කර ගැනීමෙන්

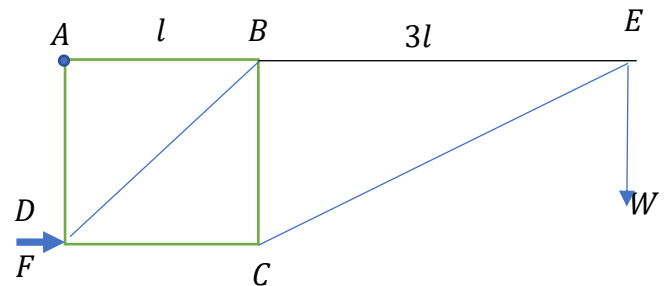
$\mu(3\lambda + 1) = 3$ බව පෙන්වන්න.

(15).(a). AB, BC සහ CA නම් ඒකාකාර දඬු තුනක් ඒවායේ අන්ත වලදී සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් ත්‍රිකෝණාකාර රාමු සැකිල්ලක් සාදවා තිබේ. එක් එක් දණ්ඩේ ඒකක දිගක බර w වන අතර AB, BC සහ CA දඬු පිළිවෙලින් $3l, 4l$ සහ $5l$ දිගින් යුක්ත වේ. AC දණ්ඩ P නම් සුමට නා දැත්තක් මත AC තිරස් වන අයුරින් රාමු සැකිල්ල සමතුලිතව තබා තිබේ.

$AP = \frac{12l}{5}$ බව පෙන්වන්න. AC දණ්ඩ මත BC හා BA දඬු මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවල තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

(b).

රූපයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, AD, BD, BE සහ CE සැහැල්ලු දඬු හතකින් සමන්විත වේ. $AB = BC = CD = AD = l$ වන අතර $BE = 3l$ වේ. A හිදී අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව කර ඇත. E හිදී W භාරයක් එල්ලා D සන්ධියේදී F තිරස් බලයක් යෙදීමෙන් තිරස්ව පිහිටන පරිදි සිරස් තලයක රාමු සැකිල්ල තබා තිබේ. පද්ධතිය සඳහා බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

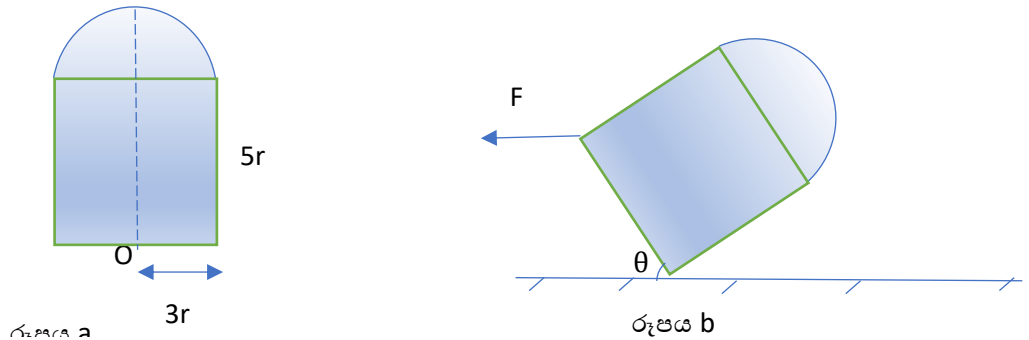


ඒනයිත් ,

- i) ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග ප්‍රකාශ කරමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල හා,
- ii) F හි අගය ද, A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

(16).(a). අරය a වන ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි තල පෘෂ්ඨයේ කේන්ද්‍රයේ සිට සමමිතික අක්ෂය මත $\frac{3a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

S සංයුක්ත වස්තුවක් (රූපය a) සාදා ඇත්තේ අරය $3r$ වන ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලක් සහ අරය $3r$ වන උස $5r$ වන ඒකාකාර ඝන වෘත්ත සිලින්ඩරයක් ඒවායේ තල පෘෂ්ඨ සමපාත වන සේ එකට සවි කිරීමෙනි. සිලින්ඩරයේ නිදහස් තල පෘෂ්ඨයේ කේන්ද්‍රය O වේ. සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය O සිට එහි සමමිතික අක්ෂය මත $\frac{99}{28} r$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



S හි වෘත්තාකාර මුණතේ ලක්ෂ්‍යයක් අවල රළු සිරස් පොළවක් හා ස්පර්ශ වෙමින් වෘත්තාකාර මුණත තිරසර θ කෝණයක් ආනතව පිහිටන පරිදි (රූපය b බලන්න) තබන්නේ සිලින්ඩරයේ අක්ෂය ඔස්සේ යන සිරස් තලයේ පිහිටන වෘත්තාකාර මුණතේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ දී යොදන F තිරස් බලයක් ආධාරයෙනි. ඝණ වස්තුව හා පොළව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. සංයුක්ත වස්තුව ලිස්සීමට ආසන්න මොහොතේ ඇති නම් $56\mu + 28 \cot \theta = 33$ ව පෙන්වන්න.

(17). (a). එක්තරා V වෛරස් රෝගයකට X හා Y යන රෝග ලක්ෂණ දෙක පමණක් ඇත. X රෝග ලක්ෂණ සහිත රෝගියකු වීම 20% බව අනාවරණය කර ගන්නා ලදී. එක්තරා ජන කොටසකින් 40% කට X රෝග ලක්ෂණය ද ඉතිරි 60% ට Y රෝග ලක්ෂණය ද ඇත. අහඹු ලෙස තෝරා ගත් තැනැත්තෙකුට එම වෛරසය වැළඳී තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

තවද V වෛරස් රෝගයෙන් පෙළෙන්නේ යැයි දී ඇති විට එම තැනැත්තා Y රෝග ලක්ෂණයෙන් පෙළෙන්නෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

රෝගය තිබීමට රෝග ලක්ෂණය දැක්වීමේ සම්භාවිතාව වැඩි කර හෝ අඩු කර තිබේද ?

හේතු දක්වන්න.

(b). රෝගීන් 100 දෙනෙකුගේ හෘද ස්පන්දන වේගය, මිනිත්තුවකට ස්පන්ද වලින් පහත වගුවේ

දැක්වෙයි. $y = \frac{x-72}{5}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන් එම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89
සංඛ්‍යාතය	21	27	28	14	6	4
