උසස් බාලිකා විද්‍යාලය මහනුවර -
Girls' High School - Kandy

පෙරහුරු පරීක්ෂණය- 2021

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය I

පැය තුනයි.

අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10 යි. ....විභාග අංකය

උපදෙස් : -

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.

A කොටස (ප්‍රශ්න 1 – 10) , **B** (ප්‍රශ්න 11 – 17)

* **A** කෙටස

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.

* **B** කොටස

ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටස හ **B** කොටස උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා භාර දෙන්න.

* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(සංයුක්ත ගණිතය I)		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

<u>A කොටස</u>

1 ගණිත ආයුහන මුලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in Z^{+}$ සඳහා

$$(2^2.1-1)+(2^2.2-1)+(2^2.3-1)+\ \dots\ +(2^2.n-1)=n(2n+1)$$

බව සාධනය කරන්න.

2. **එකම රූප සටහනක** $y=|x-2|-2$ සහ $y=x^2-|x|$ ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් ඇඳ

$x^2-|x| \ \geq |x-2|-2$ තෘප්ත කරන x හි සියලු තාත්ත්වික අගය සොයන්න .

03 $|Z-4-3i|=2$ වන පරිදි Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්හි හි පථය සොයා $|Zi-1|$ අවම වන Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. $\lim_{x\to 2}\frac{\sin(x-2)}{16x^4-256}$ අගය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5. t පරාමිතියක් වන $x = \frac{t}{(t-1)}$ සහ $y = \frac{t^2}{(t+1)}$ මඟින් දෙන වක්‍රය මත

$t = 2$ වන ලක්ෂ්‍යයේ දී, වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

6. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ ශ්‍රිතය , $x = 0$, $x = 1$

සහ x අක්ෂයෙන් ආවෘත වර්ගඵලය x අක්ෂය වටා රේඩියන් 2π වලින් භ්‍රමණය කල විට ජනනය වන පරිමාව සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

7. $l \equiv y + 2x - 1 = 0$ සරල රේඛාවට 45^0 ආනත රේඛාවලින් අනුක්‍රමණය ධන වන රේඛාව මත $(2,1)$ පිහිටයි නම් එම රේඛාවේ සමීකරණය සොයා l සහ එම රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

8 $x^2 + y^2 - 4 = 0$, සහ $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ යන වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරමින් $(2,0)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

9. $(2x - \frac{1}{3x})^{18}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායත්ත පදයේ සංගුණකය සොයන්න.

....

10. $2\tan^{-1}x + \tan^{-1}2x = \frac{\pi}{2}$, $0 \leq tan^{-1}x \leq \frac{\pi}{2}$ සඳහා විසඳුම් සොයන්න.

ඒනයින් $cos\left\{\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}2x\right\} = \frac{2}{3}$ බව පෙන්වන්න.

....

B කොටස

(11) (i). $a \neq 0$ a, b සහ $c \in \mathbb{R}$, $g(x) = ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු,

පැහැදිලිව දක්වමින් ශ්‍රිතයට අවමයක් පැවතීමටත්, $y = g(x)$ හි ප්‍රස්තාරය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී x අක්ෂය කැපීම සඳහා අවශ්‍යතාව සොයන්න.

$f(x) = (a-2)x^2 + ax + a$ ශ්‍රිතයට අවමයක් පැවති, $y = f(x)$ ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී x අක්ෂය කැපීමට a ට ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

$f(x) = 0$ සමීකරණයේ තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල α සහ β නම් $\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha}\right)$ සහ $\left(\frac{\alpha+\beta}{\beta}\right)$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

ඒනයින් $\left(\frac{2\alpha+\beta}{\alpha}\right)$ සහ $\left(\frac{\alpha+2\beta}{\beta}\right)$ මූලවන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(ii). මාත්‍රය තුනක් වන බහු පදයක $(x-1)$ සාධකයක් වන අතර එයට $x = 1$ හි දී වර්තන ලක්ෂ්‍යයක් ඇත.

බහුපදය (x^2+1) න් බෙදූවිට ශේෂය $(x+3)$ නම් බහු පදය සොයා $(3x-7)$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න

(12) (a) හරියටම ශිෂ්‍යයන් හතර (4) දෙනෙකුගෙන් සමන්විත පාසල් විවාද කණ්ඩායමක් සුදුසුකම් ලැබූ ශිෂ්‍යයන් දොළොස් (12) දෙනෙකු අතරෙන් තොරා ගැනීමට නියමිතය එම කණ්ඩායම තෝරා ගත හැකි මුලු ආකාර ගනන සොයන්න.

අනුර හා සුගත් සුදුසුකම් ලැබූ ශිෂ්‍යයන් දොළොස් දෙනා අතර වේ .

(i). අනුර හා සුගත් **දෙදෙනාම** කණ්ඩායමේ සිටීම .

(ii). දෙදෙනාම කණ්ඩායමේ **නොසිටීම** .

එක් එක් අවස්ථාවේදි විවාද කණ්ඩායම් තෝරාගත හැකි ආකාර ගනන සොයන්න.

(b). $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = \frac{2r+3}{r^2(r+1)^2(r+2)^2(r+3)^2}$ සහ $f(r) = \frac{k}{r^2(r+1)^2(r+2)^2}$ ලෙස ගනිමු

මෙහි k නියතයකි.

$r \in Z^+$ සඳහා , $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි k හි අගය සොයන්න.

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{108} - \frac{1}{3(n+1)^2(n+2)^2(n+3)^2}$$ බව පෙන්වා

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී බව පෙන්වන්න.

(13). (a). a සහ b නියත වන $x \neq -2$ සඳහා , $f(x) = \frac{ax^2+b}{(x+2)^2}$ යැයි ගනිමු.

ශ්‍රිතයේ **පළමු ව්‍යුත්පන්නය** වන $f'(x)$ සොයන්න.

$(1, \frac{2}{3})$ දී හැරුම් ලක්ෂයක් පවතී නම් a සහ b නියත සොයන්න.

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ හා තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ සොයා, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය වල ස්වභාවය නිර්ණය කර

$y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ හි දළ සටහන අඳින්න.

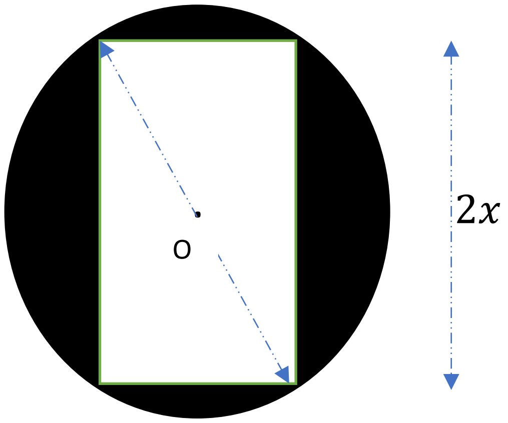
දෙවන ව්‍යුත්පන්නය වන $f''(x)$ ඇසුරෙන් නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය සොයා,

ඒනයින් $x \neq -1$ සඳහා $g(x) = \frac{2x^2+1}{(x+1)^2}$ ශ්‍රිතයේ දළ සටහන ඇඳ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය සොයන්න.

(b). රූපයේ දැක්වෙන පරිදි කේන්ද්‍රය O ද අරය a ද වන ඝන ගෝලයකින් O හරහා යන සිරස් අක්ෂයක් වටා සමමිතිකව හාරා ඉවත් කල හැකි සිලින්ඩරයේ පරිමාව

$v = 2\pi\, x\, (a^2 - x^2)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $2x$ යනු සිලින්ඩරයේ උසයි.

එලෙස ඉවත් කළ හැකි සිලින්ඩරයක උපරිම පරිමාව සොයන්න



(14) (i) .$\frac{1}{(x^2+1)(x+1)}$ භින්න භාග වලට වෙන් කරන්න.

ඒ නයින් , $\int \frac{\sin x}{(1+cos^2 x)(1+\cos x\quad)} dx$ අනුකලනය කරන්න.

(ii).

$\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ බව පෙන්වන්න.

,

ඒ නයින් $\int_0^{\pi} x\,tan^2 x\ dx = -\frac{\pi^2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$\int_0^{\pi} x\,sec^2 x\ dx = 0$ බව පෙන්වන්න.

(iii). **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය** භාවිතයෙන්,

$\int (x+2)^3 e^x\,dx$ සොයන්න.

(15). ABCD රොම්භසයේ AB, AD පාද වල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - y - 10 = 0$ සහ

$y + 7x + 2 = 0$ වේ. AC = $9\sqrt{10}$ වන C ලක්ෂ්‍යය $D\hat{A}B$ කෝණයේ සුළු කෝණ

සමච්ඡේදකය මත පිහිටන අතර x ඛණ්ඩාංකය ධන වේ. රොම්භසයේ ඉතිරිපාද වල සමීකරණ සොයන්න .

AC විෂ්කම්භය වශයෙන් ඇති S වෘත්තය සොයන්න. S වෘත්තය **ප්‍රලම්භව** ඡේදනය කරමින් ද,

y අක්ෂය ස්පර්ශ කරමින් ද, (0,0) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(16) i). A = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය A^{-1} සොයන්න.

C $= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ න්‍යාසය අනපුර්ව න්‍යාසයක් බව පෙන්වන්න.

ගණය 2 වන සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයකි

$AB = C$ වන පරිදි B අනපුර්ව න්‍යාසයක් බව පෙන්වන්න.

(ii). x , y ϵ ℝ සහ, $z = x + \ i\,y$ ද විට $|2z-1|^2 = 4|z|^2 - 4\,Re\,z\ +\ 1$ බව පෙන්වන්න.

$|z| = 1$ විට $Re\,\omega = \frac{|2Z-1|^2}{10-8\,ReZ}$ ද $Im(\omega) = \frac{8\,Rez-10}{|4Z-2|^2}$ විට $\omega = p + iq$ වන පරිදී p , q

නිර්ණය කරන්න. $|z+\omega|$ උපරිම වන පරිදි z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න .

z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවට අනුරූප $(z+1)^8 + (\,z-1)^8$ හි අගය සොයන්න.

(17) (a) $\sin(A+B)$ සහ $\cos(A+B)$ ප්‍රසාරණ කර $\sin(A-B)$ සහ $\cos(A-B)$ ලබා ගන්න .

$\sin(A+B)+\sin(A-B)$ සහ , $\cos(A+B)+\cos(A-B)$ සොයන්න.

$\cos 5\theta - \sin 5\theta = \sin 3\theta - \cos 3\theta$ සමීකරණය $0< \theta < \pi$ සඳහා විසඳන්න.

(b). සම්මත අංකනයෙන් $ABC\Delta$ යේ BC පාදය මත $BC: CD = 2:3$ අනුපාතයට D පිහිටයි.

$B\hat{A}D = \theta$ නම් $\sin A \cot\theta - \cos A = \frac{3c}{2b}$ බව පෙන්වන්න.

සම්මත අංකනයට අනුව $a : b : c = 3\sqrt{2} : 5 : 1$ නම් $\theta = \cot^{-1}\frac{11}{6}$ බව

අපෝහනය කරන්න.

(c) $f(x) = 4cos^2 2x - 3$ නම් $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ සඳහා $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

ඒනයින් $g(\text{x}) = cos^2 2x - sin^2 2x$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

***