සියලුම හිමිකම් ඇවිරිනි / All Rights Reserved

ධර්මරාජ විද්‍යාලය - මහනුවර
Dharmaraja College - Kandy

අවසාන වාර විභාගය 2021 දෙසැම්බර් - 13 ශ්‍රේණිය

Final Term Test - 2021 December– Grade 13

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

10	S	I

පැය තුනයි
Three hours

විභාග අංකය :……………………………

වැදගත්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය පිටු 9 කින් යුක්ත වේ
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය A සහ B යන කොටස් දෙකකින් යුක්ත වේ. කොටස් දෙකටම නියමිත කාලය පැය තුනකි.
- ගණක යන්ත්‍ර භාවිතයට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

A කොටස - ව්‍යුහගත රචනා
(පිටු 1 - 5)
සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිලිතුරු මෙම පත්‍රයේම සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඉඩ සලසා ඇති තැන්වල ලිවිය යුතුය. මේ ඉඩ ප්‍රමාණය පිළිතුරු ලිවීමට ප්‍රමාණවත් බව ද දීර්ඝ පිළිතුරු බලාපොරොත්තු නොවන බවද සලකන්න.

B කොටස - රචනා
(පිටු 6- 9)
මෙම කොටස ප්‍රශ්න 7 කින් සමන්විත වේ.
ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

සමපුර්ණ ප්‍රශ්න පත්‍රයට නියමිත කාලය අවසන් වු පසු A හා **B** කොටස් **එක් පිළිතුරු පත්‍රයක් වන සේ" කොටස උඩින්** තිබෙන පරිදි අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න ප්‍රශ්න පත්‍රයේ **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

දෙවැනි පත්‍රය සඳහා		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
B	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		

අවසාන ලකුණු

A - කොටස

(01)ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු ධන නිඛිල සඳහා n සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(r-1)(r+2)=\frac{n(n-1)(n+4)}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(02) $y=|3x-5|$ සහ $y=2x+3$ වල දළ ප්‍රස්තාර එකම සටහනේ අදින්න. එනයින් හෝ වෙනත් ක්‍රමයක් භාවිතයෙන් $|3x-5|\geq 2x+3$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න. එනයින් $|3x+5|\geq 3-2x$ සඳහා විසඳුම් අපෝහනය කරන්න.

(03) $0 \leq Arg\,(z) \leq \pi/3$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන ප්‍රදේශය ආගන් සටහනේ අඳුරු කරන්න. ඉහත සඳහන් ප්‍රදේශයේ $|z-2i|$ හි අවම අගය සොයන්න.

(04) $x, y \in \mathbb{R}$ සහ n ධන නිඛිලයක් නම්, x වල ආරෝහණ ශ්‍රේණියක් ලෙස $(x-y)^{2n}$ ප්‍රකාශ කරන්න. ඉහත ප්‍රසාරණයේ 4 සහ 5 වන පදවල එකතුව ශුන්‍ය නම් $\frac{x}{y} = \frac{4}{2n-3}$ බව පෙන්වන්න.

(05) $\lim_{x \to 0} \frac{\left(\sqrt{1+x^2}-1\right)\left(1-\cos 6x\right)}{x^3 \sin 3x}$ අගයන්න.

(06) $y = x^2$ සහ $y = x^3$ හි ප්‍රස්ථාර $Y-$ අක්ෂය වටා භ්‍රමණයෙන් විදුරු බඳුනක් සාදයි.
එම බඳුනේ පරිමාව සොයන්න.

(07) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$ වක්‍රයේ $P(4\sec\theta, 5\tan\theta)$ ලක්ෂයේදී අනුක්‍රමණය $\sqrt{2}$ නම්, P ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. තවද P ලක්ෂයේ දී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

(08) ABC ත්‍රිකෝණයක AB සහ AC වල අභිලම්භ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x-y+5=0$ සහ $x+2y=0$ වේ. A ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය $(1,-2)$ නම් BC පාදයේ සමීකරණය සොයන්න.

(09) $X-$ අක්ෂය ස්පර්ශ කරමින් $(1,-2)$ හා $(3,-4)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නාවූ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(10) α සහ β සුළු කෝණ ද $\tan(\alpha+\beta)=3$ සහ $\tan(\alpha-\beta)=2$ ද නම් $\cos ec2\alpha=\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

B - කොටස

(11) (a) $f(x)=2x^2-11x+13$ හි x තාත්වික විචල්‍යයක් වේ.

(i) $f(x)=0$ හි මූල α සහ β නම් $\left(\frac{\alpha}{\beta}-1\right)$ සහ $\left(\frac{\beta}{\alpha}-1\right)$ මූල වන සමීකරණය සොයන්න.

(ii) $f(x)=\lambda+x$ හි මූල තාත්වික ප්‍රභින්න සහ ලකුණින් ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ නම් λ හි අගය සොයන්න.

(b) $x^2-3+k(2x+3)=0$ වර්ග සමීකරණයේ මූල වල වෙනස 2 නම් k හි අගය සොයන්න.

(c) $f(x)$, x වල බහුපදයක් වේ. $f(x)$ බහුපදය $(2x+1)$, $(3x+1)$ සහ $(4x+1)$ වලින් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් 2, 3 හා 4 වේ. තවද $g(x)=xf(x)+1$ වේ. $(2x+1)$, $(3x+1)$ සහ $(4x+1)$ $g(x)$ හි සාධක බව පෙන්වන්න. $f(x)$ වර්ග සමීකරණයක් නම් $g(x)$ සොයන්න.

(12)

(a) ශ්‍රේණියක r වන පදය $u_r=\frac{2r+3}{r(r+1)}.\frac{1}{3^r}:\ r\in R^+$ වේ.

$\frac{2r+3}{r(r+1)}$ භින්න භාග සොයන්න. $u_r=v_r-v_{r+1}$ වන පරිදි v_r ශ්‍රිතය සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{n}u_r=1-\frac{1}{(n+1)}.\frac{1}{3^n}$ බව පෙන්වන්න.

වෙනත් ශ්‍රේණියක r වන පදය $w_r=r(r+1)$ වේ නම් $\sum_{r=1}^{n}w_r$ සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty}u_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එකතුව සොයා $\sum_{r=1}^{\infty}w_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න.

(b) පන්තියක ළමුන් 40 ක් වේ. කණ්ඩායම් ක්‍රියාවක් සඳහා ගුරුවරයාට එම සිසුන් සමාන කණ්ඩායම් 5 කට බෙදිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(c) $PERMUTATION$ වචනයේ අකුරු සකස් කිරීමෙන් සැදිය හැකි වෙනස් වචන ගණන සොයන්න.
එම සකස් කල වචන අතරින්
i. P වලින් ආරම්භවන වචන ගණන සොයන්න.
ii. ස්වරාක්ෂර එකට තිබෙන වචන ගණන සොයන්න.

(13) (a) $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ සහ $f(x)=x^2-4x+7$ නම් $f(A)=0$ බව පෙන්වන්න. A^{-1} සොයන්න
$A^5+31A+56I=0$ බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි I යනු 2x2 ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $z^3-1=0$ හි මුල සොයන්න. $z^3-1=0$ හි සංකීර්ණ මුලයක් ω වේ නම් $1+\omega+\omega^2=0$ බව පෙන්වන්න. එනයින් $\frac{\omega}{\omega+1}=\frac{-1}{\omega}$ සහ $\frac{\omega^2}{\omega^2+1}=-\omega$ බව පෙන්වන්න.

(c) $z_1=2i$ සහ $z_2=\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ නම් ආගන් සටහනේ A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය වලින් z_1,
z_1z_2 and $\frac{z_1}{z_2}$
සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිලිවෙලින් නිරූපනය කරන්න. ABC සම්පාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

(14) (a) $x\neq 1$ සදහා $f(x)=\frac{x^2+1}{(x-1)^2}$ වේ.

$f^{/}=\frac{-2(x+1)}{(x-1)^3}$ බව පෙන්වන්න.

$f^{//}(x)=\frac{4(x+2)}{(x-1)^2}$ බව දී ඇත.

ස්පර්ශෝමුඛ හැරුම් ලක්ෂ්‍ය සහ නතිවර්තන ලක්ෂ දක්වමින් $y=f(x)$ හි දල සටහන අදින්න.

(b) සමචතුරස්‍ර පතුලක් සහිත පිරමිඩාකාර කූඩාරමක් සෑදිය යුතුව ඇත. සමචතුරස්‍ර පතුලේ පැත්තක මධ්‍ය ලක්ෂයේ සිට ශීර්ෂයට ආනත මුහුනත දිගේ ඇති දුර $3\sqrt{6}m$ කි. සමචතුරස්‍ර පතුලේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A වේ.

(i) කූඩාරමෙහි පරිමාව V නම් $V=\dfrac{A\sqrt{216-A}}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) V උපරිම වන A හි අගය සොයන්න. උපරිම පරිමාව ඇති කූඩාරමෙහි උස සහ පතුලේ පැත්තක දිග අපෝහනය කරන්න.

(iii) කූඩාරමෙහි පතුල සහ ඇල මුහුනත් එකම රෙදි වර්ගයකින් සාදයි නම් උපරිම පරිමාව ඇති කූඩාරම නිමවීමට අවශ්‍ය රෙදි ප්‍රමාණය සොයන්න.

(15) (a) $\dfrac{4}{(x-1)(x+1)^2}$ හි භින්න භාග ලබා ගන්න.

එමගින් $\displaystyle\int\frac{1}{(1-e^x)(1+e^x)^2}dx$ අගයන්න..

(b) $\displaystyle\int\frac{x^2}{\sqrt{2x+1}}dx$ කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයන්

(c) $\dfrac{\sin^2 x}{2+\cos x}=A+B\cos x+\dfrac{C}{2+\cos x}$ වන පරිදි A, B සහ C සොයන්න.

$\displaystyle\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^2 x}{2+\cos x}dx$ අගයන්න.

$\displaystyle\int_0^{\pi/2}\cos x\ln|2+\cos x|dx$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(16) (a) ABC ත්‍රිකෝණයේ $A(7,11)$ වේ. BC හි සමීකරණය $3x-4y-2=0$ වේ. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂයේ කෝටිකය 1 සහ ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 30 කි. B සහ C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(b) $S_3 = 0$ යනු $S_1 = 3x^2 + 3y^2 - 6x - 1 = 0,$ සහ $S_2 = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ වෘත්ත වල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යමින් $S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රය හරහා ගමන් ගන්නා වෘත්තයකි. $S_3 = 0$ හි සමීකරණය ලබා ගන්න.

$S_2 = 0$ සහ $S_3 = 0$ වෘත්ත ප්‍රලම්භ ලෙස ඡේදනය වන බව අපෝහනය කරන්න.

$S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රයේ සිට $S_3 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

(17) (a) $\sin^2 2x\left(\cot^2 x - \tan^2 x\right) = 4\cos 2x$ බව සාධනය කරන්න.

(b) $-\pi/2 \leq x \leq 2\pi$ පරාසය සඳහා $y = \dfrac{\sin^2 2x}{16}\left(\cot^2 x - \tan^2 x\right) + \dfrac{3}{4}$ හි දළ සටහන අඳින්න.

$f(x) = k$ සමීකරණයට

(i) තාත්වික මූල නොමැති වීමට

(ii) තාත්වික මූල තුනක් පැවතීමට

(iii) මූල තුනකට වඩා පැවතීමට

k ට පැවතිය යුතු අගයන් සොයන්න.

(c) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්

$\left(b + c - a\right)\left(\cot B/2 + \cot C/2\right) = 2a\cot A/2$ බව සාධනය කරන්න.