සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

නාලන්දා විද්‍යාලය - කොළඹ 10

NALANDA COLLEGE - COLOMBO 10

10 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර උසස් පෙළ විභාගය 2021

අනාවරණ පරීක්ෂණය - 2021

සංයුක්ත ගණිතය - II

13 ශ්‍රේණිය

Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10

* ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) O ලක්ෂ්‍යයේ සිට v ප්‍රවේගයෙන් තිරසට 45° ක් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ A අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එහි පරාවලය මත $p(x, y)$ ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර යයි නම්, චලිතයේ තිරස් හා සිරස් චලිත සඳහා වෙන වෙනම ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර ඇඳ එමගින් අංශුවේ පෙතෙහි සමීකරණය $y = x - \frac{gx^2}{v^2}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත සඳහන් A අංශුව O සිට R තිරස් දුරකින් පොළොව මත පිහිටි Q මත පතිත වනවිට O සිටම u ප්‍රවේගයෙන් තිරසට 45° ක් ආනතව ප්‍රක්ෂේප කල B අංශුවක්, Q ට සිරස්ව h උසින් පිහිටි කණුවක් යාන්තමින් පසු කරයි. අංශුවේ පෙතෙහි සමීකරණය භාවිතයෙන්, $v^4 = u^2(v^2 - gh)$ බව පෙන්වන්න.

(b) P හා Q නැව් දෙකකට පිළිවෙලින් $18\frac{1}{2}\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ සහ $20\frac{1}{2}\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ ප්‍රවේග ඇත. P උතුරු දෙසට චලනය වන අතර Q අඥාත සරල රේඛීය මඟකද යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතකදී P හි සිටින නිරීක්ෂකයකු Q නැව 3 km ක් දකුණින් නිරීක්ෂණය කරන අතර ඊට පැය n වලට පසු, ඔහු එය 9 km ක් නැගෙනහිරින් දකී. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් භාවිතයෙන් $n = 2$ බව පෙන්වා, Q හි නියම ගමන් දිශාවද සොයන්න. නැව් දෙක අතර කෙටිතම දුරද සොයා, මුල් නිරීක්ෂණයෙන්, මිනිත්තු 12 කට පසු නැව් මෙම පිහිටීමට පැමිණෙන බවද පෙන්වන්න.

12. (a) තිරස් සුමට තලයක් මත නිදහසේ චලනය වියහැකි ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක තිරසට α කෝණයකින් ආනත සුමට තල මුහුණත මත ඇති ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් මත යෙදෙන P තිරස් බලයක් නිසා අංශුව කුඤ්ඤයේ තල මුහුණත දිගේ ඉහළට ගමන් කරයි. ආරම්භයේදී කුඤ්ඤය නිසලව පැවතුනේ නම්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{P\sin^2\alpha + mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වා, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණයද සොයන්න.

(b) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් දිග a වූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර, අංශුව ගුරුත්වය යටතේ සමතුලිතව පවතී. අංශුව u වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කළවිට,

(i) O ඔස්සේ යටිඅත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට, එහි ආතතිය $m\left[\frac{u^2}{a} + (3\cos\theta - 2)g\right]$ බව පෙන්වන්න.

(ii) පසුව, අංශුව O හි තිරස් මට්ටමට ළඟාවීමට හැකිවන පරිදි u ට පැවතිය හැකි අඩුතම අගය සොයන්න.

(iii) තන්තුව පළමුවරට තිරස් වනවිට, එහි චලන තලයට ලම්බකව, O හි සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් සවිකර ඇති සිහින් තිරස් දණ්ඩක් සමග ස්පර්ශ වේ. $2ga < u^2 < \frac{7}{2}ga$ වේ නම්, අංශුව දණ්ඩේ මට්ටමින් $\frac{a}{2}$ උසකින් පිහිටි උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමට පෙර තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.

13. AB ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක ස්වභාවික දිග a වේ. එහි A ඉහළ කෙළවර සීලිමකට ඇඳා තන්තුව සිරස්ව තබා ඇත. තන්තුවේ පහළ B කෙළවරින් බර අංශුවක් ගැටගසා තන්තුව නිශ්චලතාවයෙන් එල්ලෙන විට e විතතියක් ඇතිවේ. අංශුව සමතුලිත පිහිටුමෙන් d(> e) දුරක් පහළට ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබුවහොත් අංශුවේ චලිතයෙන් කොටසක් $\sqrt{\dfrac{g}{e}}$ කෝණික ප්‍රවේගය සහිත සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව පෙන්වන්න.

$a > \dfrac{d^2 - e^2}{2e}$ නම් අංශුව සීලිමේ නොවදින බව සාධනය කර, $2\sqrt{\dfrac{e}{g}}\left[\pi + \dfrac{\sqrt{d^2 - e^2}}{e} - \tan^{-1}\dfrac{\sqrt{d^2 - e^2}}{e}\right]$ මුළු කාලයකට පසු අංශුව යළිත් ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙන බවද පෙන්වන්න.

14. (a) O, A හා B යනු $\overline{OA} = \underline{a}$, $\overline{OB} = \underline{b}$ වන අයුරින් එකම සරල රේඛාවක් මත නොපිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ. P හා Q යනු $\overline{OQ} = \frac{1}{2}\underline{a}$ සහ $\overline{QP} = \frac{1}{2}\left|\dfrac{\underline{a}}{\underline{b}}\right|\underline{b}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය වේ. $\overline{OP}$ සහ $\overline{PA}$, $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

තවද $\underline{a} = \overline{OP} = + \overline{PA}$ බව හා $\underline{b} = \dfrac{|\underline{b}|}{|\underline{a}|}(\overline{OP} - \overline{PA})$ බවද අපෝහනය කරන්න.

R යනු AR : RB $= |\underline{a}| : |\underline{b}|$ වනසේ AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යයි දී ඇත්නම්, $\overline{OR}$ සොයන්න. ඒනයින් O, P හා R එකම රේඛාවක පිහිටන බවත්, $2|\overline{OP}| > |\overline{OR}|$ බවත් පෙන්වන්න.

(b) OXY තලයේ ක්‍රියා කරන බල තුනක්,

A (1, 1) ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන $\underline{F}_1 = -3\underline{i} + 7\underline{j}$ බලයකින්ද

B (3, 2) ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන $\underline{F}_2 = \underline{i} - \underline{j}$ බලයකින්ද

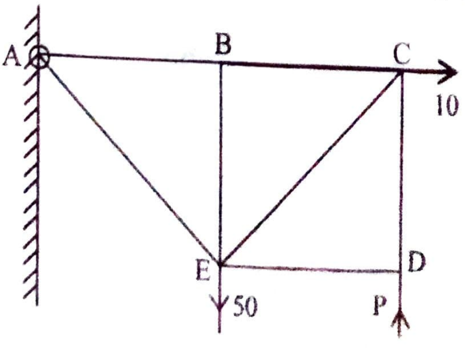
C (5, y) ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන $\underline{F}_3 = P\underline{i} + Q\underline{j}$ බලයකින්ද

සමන්විත වේ. මෙම බල පද්ධතිය සමතුලිත වේ නම්, P, Q හා y සොයන්න.

$\underline{F}_1$ හා $\underline{F}_2$ බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. මෙම බලය මූලය වෙත ගෙන ඒම සඳහා බල අඩංගු තලයේ යෙදිය යුතු බල යුග්මයේ ඝූර්ණයේ විශාලත්වය හා අභිදිශාව සොයන්න.

15. (a) ABCD රොම්බසයක් සාදා ඇත්තේ එක එකක දිග $2a$ සහ බර w වූ සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක්, ඒවායේ කෙළවරවලින් සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙනි. රොම්බසය A සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර, එහි හැඩය පවත්වා ගනු ලබන්නේ දිග $2a\sin\theta$ වූ සැහැල්ලු දණ්ඩක් මගින් BC සහ CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙනි. සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්නම්, C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, සැහැල්ලු දණ්ඩෙහි තෙරපුම $4w \cdot \tan\theta$ බවද පෙන්වන්න.

(b) සැහැල්ලු දඬු හතක් සුමටව සන්ධි කිරීමෙන් ලබාගත් රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. එය A වලින් සුමටව අසව් කොට, D හිදී සිරස්ව ඉහළට නිව්ටන් P බලයක් යෙදීමෙන්, ED තිරස්ව පවත්වා ගනී. E හිදී 50 N ක භාරයක් යොදා ඇති අතර, C හිදී තිරස්ව 10 N බලයක් යොදා ඇත. මෙහි තිරස් හා සිරස් දඬු දිගින් සමාන වේ.



(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) A හිදී අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

(iii) ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, දඬු සියල්ලේ ප්‍රත්‍යාබල සොයා, ඒවා ආතතිද, තෙරපුම්ද යනවග දක්වන්න.

16. උස h වූ ඒකාකාර ඝන වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඒකාකාර ඍජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුවකින් කපාගත් W බර ජින්නකයක වෘත්තාකාර දෙකෙළවර අරය $2a$ හා a වේ. එහි උස $3a$ වේ. විශාල වෘත්තාකාර පාදයේ සිට ජින්නකයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර $\frac{33a}{28}$ බව පෙන්වන්න.

කුඩා වෘත්තාකර තල පාදයේ ගැට්ටේ ලක්ෂ්‍යයකින් ජින්නකය එල්ලා එම මුහුණතේ පහත්ම ලක්ෂ්‍යයට W_0 භාරයක් එල්ලා සමතුලිතව ඇතිවිට, එල්ලා ඇති ලක්ෂ්‍යය තුළින් ජනකය තිරස් වේ නම්, $W : W_0$ සොයන්න.

දැන් මෙම ජින්නකය තිරසට θ කෝණයකින් ආනත අචල රළු තලයක් මත එහි කුඩා ආධාරකය තලය ස්පර්ශ කරමින් තබා ඇත. ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් තලය රළු යැයි උපකල්පනය කරමින් $\tan\theta < \frac{28}{51}$ නම්, ජින්නකය නොපෙරළෙන බව පෙන්වන්න.

17. (a) A යනු S නියැදි අවකාශය තුළ වූ සිද්ධියක් නම්, $P(A') = 1 - P(A)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි A' යනු A හි අනුපූරක සිද්ධියයි.

B යනු S හි සිද්ධියක් නම්, $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$ බවද පෙන්වන්න.

$P(A/B) = \frac{5}{11}$, $P(A \cup B) = \frac{9}{10}$ හා $P(B) = a$ වන පරිදි වූ A හා B සිද්ධි දෙකකි.

$P(A \cap B) = 2 . P(A \cap B')$ බව දී ඇත්නම්, $a = \frac{11}{15}$ බව පෙන්වන්න.

C යනු එම නියැදි අවකාශයේ තුන්වන සිද්ධියක් වන අතර $P(A \cup B \cup C) = 1$ වේ. A හා C අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වන අතර B හා C ස්වායත්ත වේ. $P(B \cap C) = b$ ලෙස ගනිමින්, b සඳහා සමීකරණයක් ලියන්න. $P(C) = \frac{3}{8}$ බව පෙන්වා, $P(A \cup C)$ හි අගය සොයන්න.

(b) සංයුක්ත ගණිතය පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටි සිසුන් 70 දෙනෙකු ලබා ගන්නා ලද ලකුණුවල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක තොරතුරු පහත වගුවෙන් දැක්වේ. විභාගය සමත්වීමේ ලකුණ 30 වේ.

ලකුණු	සිසුන් ගණන
30 - 40	05
40 - 50	10
50 - 60	15
60 - 70	30
70 - 80	05
80 - 90	05

$y_i = \frac{1}{10}(x_i - 55)$ යන පරිණාමනය භාවිතයෙන්, මෙම ලකුණු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය හා විචලතාවය නිමාණය කරන්න.

මෙම පරීක්ෂණයට පෙනී සිටි මුළු සිසුන් ගණන 100 වන අතර මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 48 ක් හා 21.5 බව දී ඇත. අසමත් සිසුන් 30 දෙනාගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය නිමාණය කරන්න.

❖❖❖